

УДК 550.343.09

DOI: <http://doi.org/10.17721/1728-2713.96.03>

О. Кендзера, канд. фіз.-мат. наук, член-кор. НАН України,
ORCID: 0000-0003-0691-0227,
E-mail: skendzera@gmail.com;

С. Микуляк, д-р фіз.-мат. наук, пров. наук. співроб.,
ORCID: 0000-0002-5246-0960,
E-mail: mykulyak@ukr.net;

Ю. Семенова, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб.,
ORCID: 0000-0003-4628-8663,
E-mail: ulaska@ukr.net;

І. Скуратівська, канд. техн. наук, ст. наук. співроб.,
ORCID: 0000-0001-7129-4980,
E-mail: inna_skurativska@gmail.com;

С. Скуратівський, д-р фіз.-мат. наук, пров. наук. співроб.,
ORCID: 0000-0003-4944-2646,
E-mail: skurserg@gmail.com;

Інститут геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України,
пр. Ак. Палладіна, 32, м. Київ, 03680, Україна

РЕЗОНАНСНІ ВЛАСТИВОСТІ ШАРУВАТОГО ҐРУНТОВОГО МАСИВУ, ЩО МІСТИТЬ ПРОШАРОК З КОЛИВНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

(Представлено членом редакційної колегії д-ром геол. наук, ст. дослідником О.І. Меньшовим)

Присвячено моделюванню сейсмічної реакції неоднорідного ґрунтового масиву, який складається з трьох прошарків з можливими включеннями.

Опис поведінки ґрунтових товщ здійснюється на основі континуального підходу, в рамках якого динаміка середовища визначається системою рівнянь руху та рівнянь стану, де вказуються пружні або пружно-в'язкі властивості середовища. Класичні лінійні моделі є достатньо простими і добре верифіковані експериментально, але через складну будову реальних природних геосередовищ ці моделі не завжди можуть адекватно описувати хвильові процеси в них, що вимагає удосконалення моделей у напрямі врахування внутрішньої структури матеріалів.

Для опису зсувної динаміки неоднорідного ґрунтового масиву використовуються рівняння руху суцільного середовища у формі взаємно проникаючих континуумів, один з яких описується несучим середовищем Кельвіна-Фойгта, а інший – сукупністю невзаємодіючих часткових осциляторів. Як осцилятори можуть виступати різноманітні включення, тріщини чи порожнини, заповнені газами та/або рідинами. Рівняння руху доповнюються умовами сумісності на межах прошарків. Розглядається набір прошарків, серед яких лише один містить коливні включення. Розв'язується одновимірний крайовий задачі з вільною поверхнею та гармонічним законом деформування підоснови масиву. Використовуючи точний розв'язок крайової задачі, обчислено коефіцієнт підсилення зміщень для масивів з характеристиками, близькими до природних, а також розроблено ітераційну процедуру, що дає можливість записати кінцеву формулу для коефіцієнта підсилення у випадку шаруватого середовища з кількістю прошарків більше трьох. Показано, що врахування включень в одному з прошарків призводить до появи додаткової резонансної частоти, зсуву резонансів у низькочастотну область, виникнення зон із суттєвим послабленням резонансних піків. Отримані результати дозволяють удосконалити розрахункові методи визначення кількісних параметрів сейсмічної небезпеки при проведенні робіт із сейсмічного мікрорайонування будівельних і есплуатаційних майданчиків у сейсмічних районах України.

Ключові слова: амплітудно-частотна характеристика ґрунтів, резонансні властивості ґрунтів, неоднорідні середовища, методи моделювання реакції середовища на сейсмічні впливи.

Постановка проблеми. Сучасна концепція сейсмічного захисту населення та важливих об'єктів як території України, так і таких розвинутих країн, як Японія, США, Канада, Франція, Італія та ін., базується на сейсмостійкому проектуванні нових та зміцненні побудованих будинків і споруд, здатних забезпечити мінімізацію наслідків від майбутніх землетрусів. Заходи із сейсмічного захисту на території України регламентуються "Державними будівельними нормами України" – ДБН В.1.1-12:2014 (Будівництво..., 2014). Сучасні методи розрахунку сейсмостійкості будинків і споруд на сейсмічні навантаження потребують кількісних параметрів прогнозних сейсмічних коливань поверхні ґрунтової товщі, що лежить в основі досліджуваного об'єкту. Такі руйнівні землетруси, як Мехіко 1985 р., Спітак 1988 р., Нортрідж 1994 р., Кодакелі 1999 р., Непал 2015 р. та інші, яскраво продемонстрували сильний вплив місцевих ґрунтових умов на зміну амплітуди, частотного складу та тривалості сейсмічних коливань (Pehlivan et al., 2016). При поширенні сейсмічної хвилі від твердих корінних порід до приповерхневих м'яких розрізняють три основні механізми перетворення сейсмічних коливань (Yoshida, Iai, 1998; Павленко, 2009.): (i) підсилення коливань внаслідок переходу сейсмічних хвиль у верхні шари з меншими значеннями густини і швидкості (Aki and Richards, 1980;

Kramer, 1996); (ii) резонансні підсилення коливань, які виникають, коли частота коливань сейсмічної хвилі збігається з частотою власних коливань ґрунтових відкладів (у цьому випадку величина підсилення є залежною від контрастності сейсмічного імпедансу, тобто від співвідношення жорсткостей шарів ґрунтової товщі); (iii) послаблення сейсмічних коливань і пониження резонансних частот через нелінійні явища, спричинені нелінійним деформуванням ґрунту (як виняток – у водонасичених ґрунтах нелінійність залежності напруження-деформація може призводити і до збільшення амплітуд коливань за великих деформацій). Результатом дії розглянутих трьох механізмів зазвичай є підсилення слабких сейсмічних коливань у ґрунтах і ослаблення сильних (Yoshida and Iai, 1998). Крім того, як показали останні теоретичні дослідження (Кендзера та ін., 2020; Kendzera et al., 2020, 2021), неоднорідність ґрунтів також впливає як на амплітуду коливань поверхні ґрунтової товщі, так і на їх спектральний склад. У свою чергу, частотний склад сейсмічних коливань поверхні ґрунтової товщі має суттєвий вплив як на реакцію споруди в цілому, так і на реакцію окремих її конструкцій. Найнебезпечнішими є резонансні ефекти, за яких частотний склад коливань ґрунту і власні частоти структури є близькими. Гутенберг був першим, хто розвинув ідею використання коефіцієнтів підсилення

сейсмічних коливань місцевими ґрунтами, розрахованих за записами мікросейсм на ділянках з різними ґрунтовими умовами (Gutenberg, 1927, 1957). Однак, незважаючи на переконливі докази існування впливу місцевих ґрунтових умов на підсилення та зміну спектра сейсмічних коливань, положення про врахування впливу місцевої геології на сейсмічний ефект, з'явилися в будівельних нормах лише в 1970-х роках. На сьогоднішній оцінка впливу місцевої приповерхневої геології (особливо м'яких відкладів) стала необхідною вимогою в програмах зменшення сейсмічної небезпеки і нормативних будівельних документів більшості країн. Однак різноманітність ґрунтових умов і механізмів трансформації сейсмічних хвиль у них робить цю задачу непростою. Нині існує багато методів оцінки впливу місцевої приповерхневої геології: експериментальні методи, емпіричні методи, розрахункові методи та статистичний аналіз існуючих акселерометричних даних. Кожний метод має свої переваги та обмеження. Емпіричні методи реєстрації сейсмічних подій засновані на вивченні даних слабких або сильних рухів, записаних на ділянках з різною місцевою геологією. При цьому використовуються відношення амплітудних спектрів записів коливань на досліджуваних ділянках відносно ділянок, складених твердими "еталонними ґрунтами". Однак емпіричні методи дають хороші результати лише при використанні записів сильних рухів, оскільки записи слабких рухів піддаються численним спотворенням, пов'язаним із фоновими мікросейсмами, техногенними перешкодами і апаратними шумами (Boatwright et al., 1991; Field and Jacob 1995, Archuleta and Steidl, 1998). До того ж записи слабких рухів не відображають нелінійні ефекти, які виникають у ґрунтах під час сильних рухів. Тому емпіричні методи дають адекватні оцінки лише для регіонів з високою сейсмічністю. У регіонах зі слабкою та помірною сейсмічністю ймовірність реєстрації записів максимально можливих землетрусів вкрай мала, особливо за короткий час, відведений для інструментальних інженерно-сейсмологічних спостережень. Тому в цих регіонах більш широко застосовуються розрахункові методи. Головною перевагою математичного моделювання реакції ґрунту на сейсмічні навантаження є можливість аналізувати велику вибірку можливих вхідних рухів. Однак математичне моделювання вимагає вичерпного розуміння інженерно-геологічної та геотехнічної інформації для кожної досліджуваної ділянки. Різноманітність ґрунтових умов робить задачу вдосконалення методів математичного моделювання вкрай актуальною для сейсмічного захисту населення та важливих об'єктів від землетрусів.

Задачі сейсмічного відгуку ґрунтових товщ розв'язуються в рамках континуальної моделі, в якій динаміка середовища описується системою диференціальних рівнянь руху та рівнянь стану. Найбільш відомими рівняннями стану, які використовуються у цих задачах, є рівняння, що описують пружні та пружно-в'язкі середовища: моделі Гука, Максвелла, Кельвіна-Фойгта (Kramer, 1996; Кендзера та ін., 2016). Вони є достатньо простими і добре верифіковані експериментально. Однак через надзвичайно складну будову реальних природних геосередовищ та їхню неоднорідність, класичні моделі не завжди можуть адекватно описувати динамічні, у т. ч. хвильові, процеси в них.

У цій роботі для опису хвильової динаміки ґрунтового середовища використовується модель, в якій неоднорідне середовище утворюється двома взаємопрониклими континуумами, один з яких є несучим

однорідним пружним середовищем, що описується рівняннями Ляме, а інший – це сукупність невзаємодіючих осциляторів (Пальмов, 1969; Слеп'ян, 1967; Даниленко та ін., 2008; Kendzera et al., 2020). Осцилятори тут моделюють різноманітні включення чи порожнини, заповнені газами та/або рідинами.

Разом з тим однією з типових властивостей природних ґрунтів є також їх шаруватість. Поєднання шаруватості та неоднорідності ґрунтів приводить до математичних моделей у формі систем диференціальних рівнянь, які пов'язані додатковими умовами сумісності на границях прошарків. У роботі (Kendzera et al., 2021) було сформульовано крайову задачу для шаруватого середовища, кожний прошарок якого містить коливні включення, а несуче середовище є пружним. Застосовуючи числові та аналітичні методи дослідження крайової задачі, вдалося побудувати залежності коефіцієнта підсилення від частоти вхідного сигналу та характеристик шаруватого геосередовища, порівняти результати числового та аналітичного підходів, а також встановити основні ефекти, зумовлені врахуванням динаміки включень.

У цій роботі продовжуються дослідження сейсмічного відгуку шаруватого ґрунтового масиву. Тут несуче середовище кожного прошарку є в'язко-пружним середовищем, що описується моделлю Кельвіна-Фойгта, а прошарки можуть бути як із включеннями, так і без них. При цьому параметри моделі вибираються близькими до величин, властивих природним ґрунтам.

Метою роботи є оцінка сейсмічної реакції шаруватої ґрунтової товщі, коли прошарки описуються моделями Кельвіна-Фойгта з врахуванням коливних включень.

Постановка задачі. Розглядається ґрунтовий масив з коливними включеннями (рис. 1) та глибиною H , який складається з трьох шарів із товщинами h_s , $s = 1, 2, 3$.

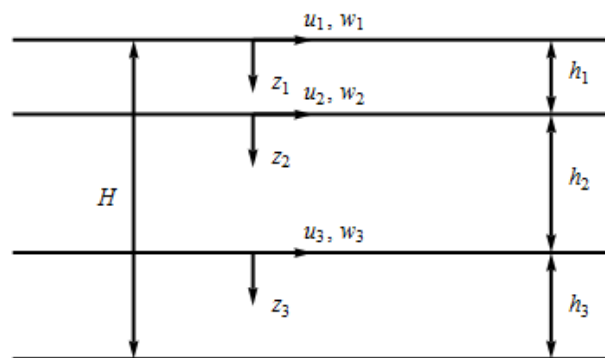


Рис. 1. Схема тришарового ґрунтового масиву

Кожен шар є складним середовищем, утвореним класичним несучим середовищем густиною ρ_s з розташованими у ньому невзаємодіючими осциляторами. Множина осциляторів утворює додатковий континуум з густиною $m_s \rho_s$. У кожному шарі введено власну систему координат. Тоді модель середовища з коливними включеннями для зсувних деформацій має вигляд

$$\rho_s (u_s)_t = (G_s (u_s)_z)_z - \rho_s m_s (w_s)_t + \eta_s (u_s)_{zzt},$$

$$(w_s)_t + \Omega_s^2 (w_s - u_s) + \Omega_s^2 \tau_s (w_s - u_s)_t = 0, \quad (1)$$

де $u_s(z_s, t)$ – горизонтальне зміщення основного середовища на глибині z_s , $w_s(z_s, t)$ – горизонтальне

зміщення осцилятора, G_s – модуль зсуву, η_s – коефіцієнт в'язкості, Ω_s – частота осцилятора, τ_s – час релаксації осцилятора. Слід зазначити, що несуче середовище у рівнянні руху (1), на відміну від моделей роботи (Kendzera et al., 2021), є середовищем Кельвіна–Фойгта. Тут розглядаються зсувні деформації, оскільки вони є найбільш небезпечними для будівель і споруд.

До рівнянь руху додаються такі крайові умови: відсутнє напруження на поверхні (вільна поверхня) $\frac{\partial u_1}{\partial z_1}(z_1 = 0) = 0$, зміщення на підшві визначається гар-

монічним законом $u_3(z_3 = H) = e^{i\omega t}$, де $H = \sum_s h_s$, ω –

частота зовнішнього збурення. Відгук тришарової системи будемо описувати в термінах коефіцієнта підсилення F (Kramer, 1996):

$$F = \frac{u_1(z = 0; t)}{u_3(z = H; t)}, \quad (2)$$

де $u_1(z = 0; t)$ та $u_3(z = H; t)$ є деформаціями на поверхні та на глибині H відповідно.

Для обчислення F побудуємо розв'язок відповідної крайової задачі (1). Для цього розв'язок у кожному шарі будемо шукати у вигляді

$$u = U_0 e^{i(\omega t - kz)}, \quad w = W_0 e^{i(\omega t - kz)},$$

де U_0 , W_0 – ненульові сталі. Тоді умовою існування нетривіального розв'язку є рівність

$$\begin{vmatrix} \rho_s \omega^2 - G_s k_s^2 - \eta_s i k_s^2 \omega & \rho_s m_s \omega^2 \\ -\Omega_s^2 - \Omega_s^2 \tau_s i \omega & \Omega_s^2 + \Omega_s^2 \tau_s i \omega - \omega^2 \end{vmatrix} = 0,$$

яка визначає дисперсійне співвідношення прошарку

$$k_s^2 = \frac{\rho_s \omega^2}{(G_s + \eta_s i \omega)} \left(1 + \frac{m_s (1 + \tau_s i \omega)}{1 + \tau_s i \omega - \frac{\omega^2}{\Omega_s^2}} \right). \quad (3)$$

Спираючись на принцип суперпозиції, розв'язки системи (1) у відповідному шарі шукатимемо у вигляді

$$u_1 = (A_1 e^{ik_1 z_1} + B_1 e^{-ik_1 z_1}) e^{i\omega t}, \quad u_2 = (A_2 e^{ik_2 z_2} + B_2 e^{-ik_2 z_2}) e^{i\omega t},$$

$$u_3 = (A_3 e^{ik_3 z_3} + B_3 e^{-ik_3 z_3}) e^{i\omega t}. \quad (4)$$

Для визначення коефіцієнтів A_j , B_j , $j = 1, 2, 3$ використаємо крайові умови: вільна поверхня, збурення на підшві, неперервність зміщення та неперервність сил:

$$u_{1z_1}(z_1 = 0) = 0, \quad u_1(z_1 = h_1) = u_2(z_2 = 0),$$

$$u_2(z_2 = h_2) = u_3(z_3 = 0),$$

$$G_1^* u_{1z_1}(z_1 = h_1) = G_2^* u_{2z_2}(z_2 = 0),$$

$$u_3(z_3 = h_3) = e^{i\omega t}. \quad (5)$$

Після підстановки формул (4) у співвідношення (5) та спрощень отримаємо

$$A_1 = B_1, \quad A_3 e^{ik_3 h_3} + B_3 e^{-ik_3 h_3} = 1,$$

$$A_1 (e^{ik_1 h_1} + e^{-ik_1 h_1}) = A_2 + B_2,$$

$$A_2 e^{ik_2 h_2} + B_2 e^{-ik_2 h_2} = A_3 + B_3,$$

$$\frac{G_1^* k_1}{G_2^* k_2} A_1 (e^{ik_1 h_1} - e^{-ik_1 h_1}) = A_2 - B_2,$$

$$\frac{G_2^* k_2}{G_3^* k_3} (A_2 e^{ik_2 h_2} - B_2 e^{-ik_2 h_2}) = A_3 - B_3. \quad (6)$$

Надалі використаємо позначення $\frac{G_s^* k_s}{G_{s+1}^* k_{s+1}} = \mu_s$,

$k_s h_s = \phi_s$. Оскільки $\frac{G_s^* k_s}{G_{s+1}^* k_{s+1}} = \frac{v_s^* \rho_s}{v_{s+1}^* \rho_{s+1}}$, то з врахуванням

того що величина $Z = \rho v$ є хвильовим імпедансом, введені параметри μ_s є відношеннями імпедансів прошарків. Тоді систему (6) запишемо у вигляді

$$A_1 = B_1, \quad A_3 e^{i\phi_3} + B_3 e^{-i\phi_3} = 1,$$

$$A_1 (e^{i\phi_1} + e^{-i\phi_1}) + \mu_1 A_1 (e^{i\phi_1} - e^{-i\phi_1}) = 2A_2,$$

$$A_1 (e^{i\phi_1} + e^{-i\phi_1}) - \mu_1 A_1 (e^{i\phi_1} - e^{-i\phi_1}) = 2B_2,$$

$$A_2 e^{i\phi_2} + B_2 e^{-i\phi_2} + \mu_2 (A_2 e^{i\phi_2} - B_2 e^{-i\phi_2}) = 2A_3,$$

$$A_2 e^{i\phi_2} + B_2 e^{-i\phi_2} - \mu_2 (A_2 e^{i\phi_2} - B_2 e^{-i\phi_2}) = 2B_3. \quad (7)$$

У свою чергу система (7) із застосуванням формул Ейлера набуде вигляду

$$A_1 = B_1, \quad A_2 = A_1 (\cos \phi_1 + i\mu_1 \sin \phi_1),$$

$$B_2 = A_1 (\cos \phi_1 - i\mu_1 \sin \phi_1),$$

$$A_3 = A_1 \left(\cos \phi_1 \cos \phi_2 - \mu_1 \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \right.$$

$$\left. + i\mu_2 \cos \phi_1 \sin \phi_2 + i\mu_2 \mu_1 \sin \phi_1 \cos \phi_2 \right),$$

$$B_3 = A_1 \left(\cos \phi_1 \cos \phi_2 - \mu_1 \sin \phi_1 \sin \phi_2 - \right.$$

$$\left. - i\mu_2 \cos \phi_1 \sin \phi_2 - i\mu_2 \mu_1 \sin \phi_1 \cos \phi_2 \right),$$

$$A_3 e^{i\phi_3} + B_3 e^{-i\phi_3} = 1.$$

Останнє рівняння отриманої системи дозволяє визначити амплітуду на поверхні

$$A_1 = \frac{1}{2 \left(\cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos \phi_3 - \mu_1 \sin \phi_1 \sin \phi_2 \cos \phi_3 - \right.}$$

$$\left. - \mu_2 \cos \phi_1 \sin \phi_2 \sin \phi_3 - \mu_2 \mu_1 \sin \phi_1 \cos \phi_2 \sin \phi_3 \right)}.$$

Тоді згідно з формулою (2) коефіцієнт підсилення

$$F = \frac{1}{|K \cos \phi_3 - \mu_2 S \sin \phi_3|}, \quad (8)$$

де

$$K = \cos \phi_1 \cos \phi_2 - \mu_1 \sin \phi_1 \sin \phi_2,$$

$$S = \cos \phi_1 \sin \phi_2 - \mu_1 \sin \phi_1 \cos \phi_2.$$

З формули (8) можна отримати відомі частинні випадки для:

(а) одношарового масиву, коли $h_2 = h_3 = 0$, тоді

$$F = \frac{1}{\cos \phi_1};$$

(б) двошарового масиву, коли $h_3 = 0$, тоді

$$F = \frac{1}{\cos \phi_1 \cos \phi_2 - \mu_1 \sin \phi_1 \sin \phi_2}.$$

Загалом, варто зазначити, що формула (8) спрощується у випадку, коли параметри $\mu_s = 1$, тобто коли хвильові імпеданси прошарків попарно рівні між собою. Тоді,

наприклад, для двошарового масиву $F = \frac{1}{|\cos(\phi_1 + \phi_2)|}$,

а для тришарового $F = \frac{1}{|\cos(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3)|}$. Аналізуючи

отримані формули, можна зробити припущення, що для

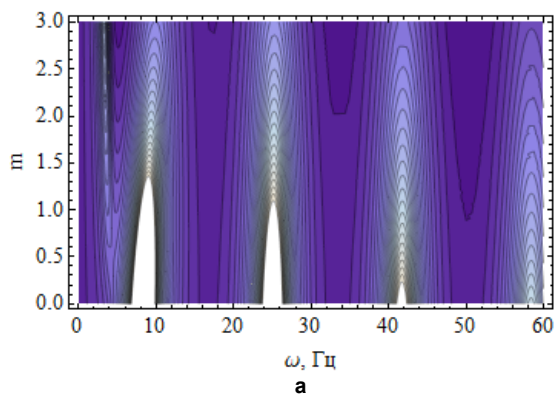
N -шарового прошарку $F = \frac{1}{|\cos(\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_N)|}$.

Якщо імпеданси прошарків попарно не однакові, тоді загальну формулу можна записати з використанням ітераційних операторів, які переозначають відомі тригонометричні формули

$$\begin{aligned} cs_k \left(\sum_{j=1}^{k-1} \phi_j + \phi_k \right) &:= \\ &= cs_{k-1} \left(\sum_{j=1}^{k-1} \phi_j \right) \cos \phi_k - \mu_{k-1} ss_{k-1} \left(\sum_{j=1}^{k-1} \phi_j \right) \sin \phi_k, \\ ss_k \left(\sum_{j=1}^{k-1} \phi_j + \phi_k \right) &:= \\ &= cs_{k-1} \left(\sum_{j=1}^{k-1} \phi_j \right) \sin \phi_k + \mu_{k-1} ss_{k-1} \left(\sum_{j=1}^{k-1} \phi_j \right) \cos \phi_k, \\ cs_2(\phi_1 + \phi_2) &:= \cos \phi_1 \cos \phi_2 - \mu_1 \sin \phi_1 \sin \phi_2, \\ ss_2(\phi_1 + \phi_2) &:= \cos \phi_1 \sin \phi_2 + \mu_1 \sin \phi_1 \cos \phi_2. \end{aligned}$$

Тоді $F = \frac{1}{|cs_N(\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_N)|}$.

Надалі розглянемо вплив структури тришарового середовища на профіль функції F . Тип прошарків



будемо задавати за допомогою коефіцієнтів m_j та η_j .

Зокрема, розглянемо середовище, для якого

$$\{m_1; m_2; m_3\} = \{0; m; 0\}, \quad \{\eta_1; \eta_2; \eta_3\} = \{0.05; 0.02; 0.05\}.$$

Отже, для першого та третього середовищ вплив динаміки включень на несуче середовище не враховується, до уваги береться лише затухання. Друге середовище цілком враховує динаміку включень. Такий набір параметрів відповідає шаруватому середовищу, коли прошарок з коливними включеннями міститься між прошарками Кельвіна–Фойгта. Інші параметри задаємо такими:

$$\rho_s = 1600 \text{ кг/м}^3, \quad v_s = 300 \text{ м/с}.$$

Тоді $G_s = \rho_s v_s^2 = 1.44 \cdot 10^8 \text{ Па}$. Ці параметри є характерними для пісків поблизу Канівської ГЕС.

Для опису динаміки включень вважатимемо, що їх власна частота коливань $\{\Omega_1; \Omega_2; \Omega_3\} = \{0; \Omega; 0\} \text{ 1/с}$, а час релаксації $\{\tau_1; \tau_2; \tau_3\} = \{0; 0.02; 0\} \text{ с}$. Нехай товщини прошарків $\{h_1; h_2; h_3\} = \{2; 5; 2\} \text{ м}$.

Надалі для частоти зовнішнього збурення та часткового осцилятора використовується одиниця вимірювання герц, що передбачає перехід від [рад/с] до [Гц] за формулами $\{\tilde{\omega}, \tilde{\Omega}\} = 2\pi\{\omega, \Omega\}$. Обчислимо значення функції (8) у залежності від двох величин m та ω . Для аналізу особливостей функції $F(\omega, m)$ побудуємо сукупність її ліній рівня за допомогою вбудованої команди ContourPlot[...] з пакету Mathematica. Отриманий рис. 2а дозволяє проаналізувати зміну профілю функції F із зростанням параметра m . Темніші області рисунка відповідають меншим значенням F , тоді як зона білого кольору відповідає найбільшому максимуму.

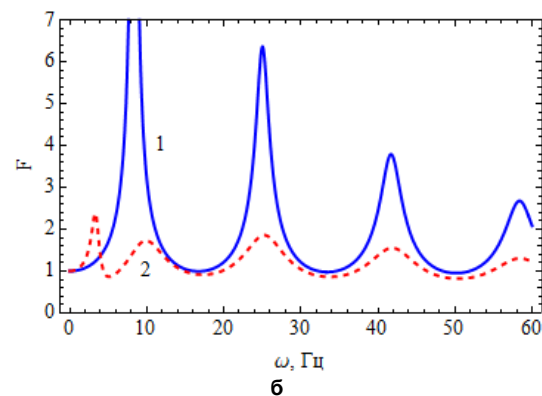


Рис. 2. Сукупність ліній рівня функції $F(\omega, m)$ (а), а також профілі $F(\omega, m=0)$ (суцільна лінія 1) та $F(\omega, m=3)$ (штрихова лінія 2) (б)

Для зручності аналізу, на рис. 2б зображено профілі функції F за фіксованих значень m , які відповідають найменшому та найбільшому значенню m з рис. 2а. Зокрема, значення $m=0$ (суцільна крива на рис. 2а) відповідає середовищу без врахування коливних включень, тобто середовищу Кельвіна–Фойгта. У такому випадку профіль F є добре відомим (Kramer, 1996) і містить один превалюючий максимум та послідовність суттєво менших піків у інтервалі більших частот. Як тільки $m \neq 0$, структура низькочастотної частини функції F

зазнає змін. Як випливає з аналізу рис. 2а, ліворуч від першого піку починає розвиватись додатковий максимум. Його інтенсивність зростає при збільшенні m . Тобто поява включень зумовлює розвиток додаткової резонансної частоти. До того ж цей максимум стає більш виразним, коли $m > 1$, тобто включення мають густину більшу, ніж несуче геосередовище. Важливо, що при зростанні m інтенсивність максимуму, характерного для моделі Кельвіна–Фойгта, знижується і виникає ситуація, коли цей максимум за висотою подібний до додаткового максимуму, як це показано на рис. 2б (штрихова лінія).

Тобто можна вважати, що спостерігається розпад максимуму. Поява додаткового піка означає існування додаткової низької резонансної частоти прошарку, що необхідно враховувати при проведенні будівництва на таких ґрунтах.

Інший параметр, який керує динамікою включень, є власна частота осциляторів Ω . Розглянемо, як впливає на форму кривої F зміна Ω . Зафіксуємо значення $m = 0,8$ та побудуємо сукупність ліній рівня $F(\omega, \Omega)$, коли Ω змінюється в інтервалі від 1 до 30 Гц, тоді як ω – від 0 до 60 Гц (рис. 3а). Так само темні області відповідають меншим значенням F , зони білого кольору позначають положення піків.

На рис. 3б зображено профілі F для крайніх значень Ω . Зокрема, при $\Omega = 4$ Гц (суцільна крива 1, рис. 3б)

профіль F містить 4 піки, яким відповідають білі зони на рис. 3а, та один слабкий пік, що відповідає додатковому максимуму. Помітно, що додатковий максимум на профілі 1 (рис. 3б) зникає для великих Ω , як це видно на профілі 2 (штрихова лінія).

Як впливає з аналізу рис. 3а, зростання Ω спричинює поступове згасання високо частотних піків. Більш того, існує інтервал частот Ω , для якого максимальні значення функції F значно менші, ніж для інших Ω . Таку область значень Ω та ω зображено більш детально на рис. 4а, який свідчить про складну геометричну будову та її трансформацію за взаємної зміни Ω та ω . Додаткове розуміння будови функції F забезпечує аналіз характерних профілів F , зображених на рис. 4б, отриманих для $\Omega = 4, 6, 8$ Гц.

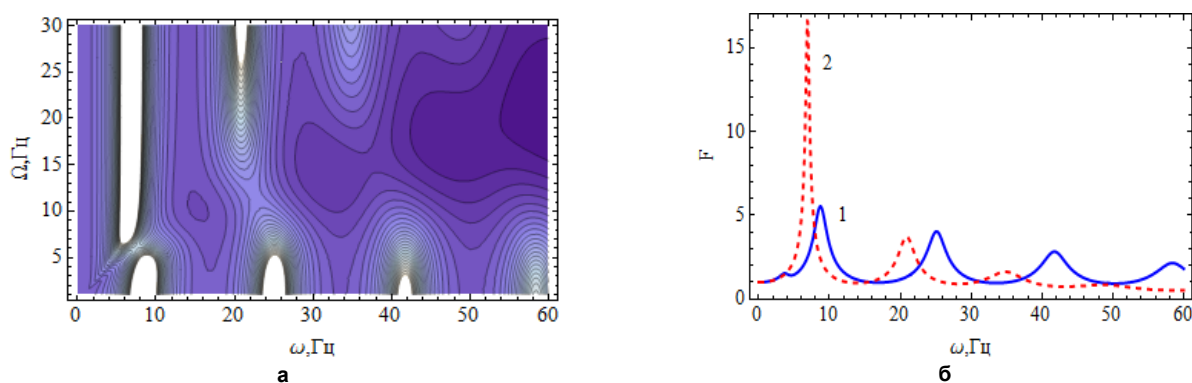


Рис. 3. Сукупність ліній рівня функції $F(\omega, \Omega)$ (а), а також профілі $F(\omega, \Omega = 4$ Гц) (суцільна лінія 1) та $F(\omega, \Omega = 30$ Гц) (штрихова лінія 2) (б)

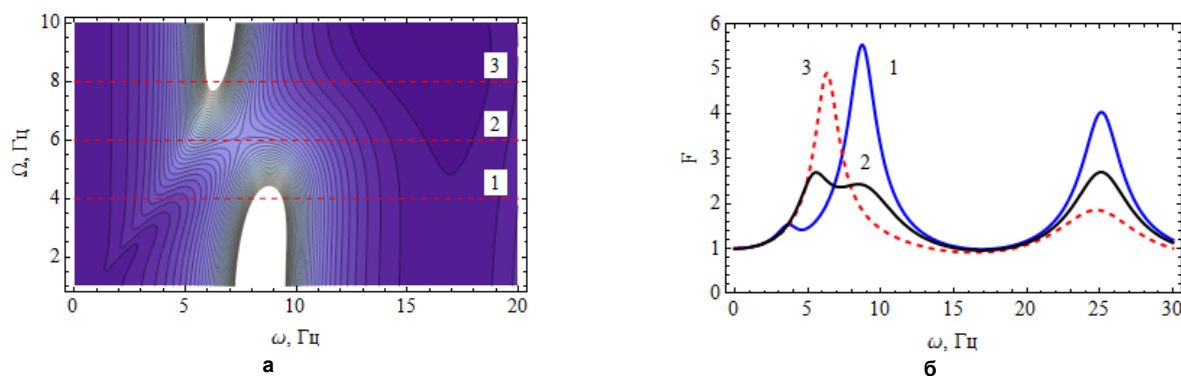


Рис. 4. а – Збільшення відповідної області з рис. 3. б: Профілі F за фіксованих значень Ω : лінія 1 (суцільна) відповідає значенню $\Omega = 4$ Гц, лінія 2 (суцільна) – $\Omega = 6$ Гц, лінія 3 (штрихова) відповідає значенню $\Omega = 8$ Гц.

Вказані значення Ω позначено на рисунку (а) штриховими горизонтальними лініями

Отже, при зростанні Ω найбільший максимум зменшується, а додатковий максимум ліворуч зростає, поки вони не стануть однаковими. Подальше збільшення Ω спричинює зростання додаткового максимуму та зникнення початкового максимуму. Інші максимуми поведуться подібним чином, тільки інтервал Ω , у межах якого цей процес відбувається, значно ширший (рис. 3а). Як наслідок – за великих Ω максимумів стає менше і вони зміщуються у бік нижчих частот ω .

Висновки. Отже, побудовано оцінку сейсмічної реакції шаруватого ґрунтового масиву на основі обчислення коефіцієнта підсилення з використанням моделі в'язкопружного середовища з осцилюючими включеннями. При цьому для коефіцієнта підсилення отримано аналітичний вираз, що є важливим для аналізу та практичного застосування. Більш того, вдалося вказати ітераційну процедуру, яка дає змогу записати кінцеву формулу для коефіцієнта підсилення, коли кількість прошарків більше трьох. Проведені дослідження показали, що врахування коливної динаміки включень при моделюванні зсувних

процесів у шаруватому середовищі виявляє нові ефекти в задачі про коливання ґрунтової шаруватої товщі. Зокрема, показано, що

- такий шаруватий масив може характеризуватись додатковою резонансною частотою, яка розташована у низькочастотній частині спектра, як це видно на рис. 2–4;
- спостерігається зсув резонансів у низькочастотну область (рис. 3–4);
- виявлено виникнення зон із суттєвим послабленням резонансних піків (рис. 4).

Останній висновок є важливим для розробки заходів щодо забезпечення сейсмобезпеки при проектуванні, будівництві та експлуатації.

Робота частково фінансується за НДР 0118U000044.

Список використаних джерел

- Будівництво в сейсмічних районах України ДБН В.1.1-12:2014. (2014). Київ: Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 110 с.
- Даниленко, В.А., Скуратівський, С.І. (2008). Резонансні режими поширення нелінійних хвильових полів в середовищах з коливними включеннями. *Доповіді НАН України*, 11, 108–112.
- Кендзера, О.В., Микуляк, С.В., Семенова, Ю.В., Скуратівський, С.І. (2020). Моделювання сейсмічної реакції прошарку ґрунту в рамках нелокальної моделі суцільного середовища. *Геофізичний журнал*, 42 (3), 47–58.
- Кендзера, В.А., Семенова, Ю.В. (2016). Влияние резонансных и нелинейных свойств грунтов на сейсмическую опасность строительных площадок. *Геофизический журнал*, 2 (38), 3–18.
- Павленко, О.В. (2009). Сейсмические волны в грунтовых слоях: нелинейное поведение грунта при сильных землетрясениях последних лет. Москва: Научный мир, 260 с.
- Пальмов, В.А. (1969). Об одной модели среды сложной структуры. *Прикл. мат. и мех.*, 69 (4), 768–773.
- Слепьян, Л.И. (1967). Волна деформаций в стержне с амортизированными массами. *Механика твердого тела*, 5, 34–40.
- Aki, K., Richards, P. (1980). Quantitative seismology: Theory and methods. 1a. ed, San Francisco (EEUU): Freeman and Company, 1, 557 p.
- Archuleta, R.J., Steidl, J.H. (1998). ESG studies in the United States: results from borehole arrays. In K. Irikura, K. Kudo, H. Okada, and T. Sasatani (Eds.) *The Effects of Surface Geology on Seismic Motion*. Vol. 1. BAKLEMA, Rotterdam, 3–14.
- Boatwright, J., Seekins, L. C., Mueller, C.S. (1991). Ground motion amplification in the Marina. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 81, 1117–1131.
- Field, E.H., Jacob, K.H. (1995). A comparison and test of various site-response estimation techniques, including three that are not reference-site dependent. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 4, 1127–1143.
- Gutenberg, B. (1927). Grundlagen der Erdbebenkunde. Berlin.
- Gutenberg, B. (1957). Effects of ground on earthquake motion. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 47, 221–250.
- Kendzera, O.V., Mykulyak, S.V., Semenova, Yu.V., Skurativska, I.A., Skurativskiy, S.I. (2020). Assessment of seismic response of a soil layer with the oscillating inclusions. *Geophysical journal*, 42 (4), 47–58.
- Kendzera, O.V., Mykulyak, S.V., Semenova, Yu.V., Skurativska, I.A., Skurativskiy, S.I. (2021). Seismic response of a layered soil deposit with inclusions. *Geophysical journal*, 43 (2), 3–13.

O. Kendzera, PhD (Phys.-Math.), corresponding member of NASU,

ORCID: 0000-0003-0691-0227,

E-mail: skendzera@gmail.com;

S. Mykulyak, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Leading Researcher,

ORCID: 0000-0002-5246-0960,

E-mail: mykulyak@ukr.net;

Yu. Semenova, PhD (Phys.-Math.), Senior Researcher,

ORCID: 0000-0003-4628-8663,

E-mail: ulaska@ukr.net;

I. Skurativska, PhD (Tech.), Senior Researcher,

ORCID: 0000-0001-7129-4980,

E-mail: inna_skurativska@gmail.com;

S. Skurativskiy, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Leading Researcher,

ORCID: 0000-0003-4944-2646,

E-mail: skurserg@gmail.com;

Subbotin Institute of Geophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 03680, Ukraine

Kramer, S.L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. N. J.: Prentice Hall, Upper Saddle River, 672 p.

Pehlivan, M., Rathje, E.M., Gilbert, R.B. (2016). Factors influencing soil surface seismic hazard curves. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 83, 180–190.

Yoshida, N., Iai, S., (1998). Nonlinear site response and its evaluation and prediction. *Proc. 2nd International Symposium on the Effect of Surface Geology on Seismic Motion*, 71–90.

References

- Aki, K., Richards, P. (1980). Quantitative seismology: Theory and methods. 1a. ed, San Francisco (EEUU): Freeman and Company, 1, 557 p.
- Archuleta, R.J., Steidl, J.H. (1998). ESG studies in the United States: results from borehole arrays. In K. Irikura, K. Kudo, H. Okada, and T. Sasatani (Eds.) *The Effects of Surface Geology on Seismic Motion*. Vol. 1. BAKLEMA, Rotterdam, 3–14.
- Boatwright, J., Seekins, L. C., Mueller, C.S. (1991). Ground motion amplification in the Marina. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 81, 1117–1131.
- Construction in seismic regions of Ukraine SBS I.1.1-12: 2014. (2014). Kyiv: Ministry of Regional Development, Construction and Housing and Communal Services of Ukraine, 110 p. [in Ukrainian]
- Danilenko, V.A., Skuratovsky, S.I. (2008). Resonant modes of propagation of nonlinear wave fields in media with vibrating inclusions. *Reports of the NAS of Ukraine*, 11 108–112. [in Ukrainian]
- Field, E.H., Jacob, K.H. (1995). A comparison and test of various site-response estimation techniques, including three that are not reference-site dependent. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 4, 1127–1143.
- Gutenberg, B. (1927). Grundlagen der Erdbebenkunde. Berlin.
- Gutenberg, B. (1957). Effects of ground on earthquake motion. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 47, 221–250.
- Kendzera, V.A., Semenova, Yu.V. (2016). The influence of resonant and nonlinear soil properties on the seismic hazard of construction sites. *Geophysical Journal*, 2 (38), 3–18. [in Russian]
- Kendzera, O.V., Mikulyak, S.V., Semenova, Yu.V., Skuratovsky, S.I. (2020). Modeling the seismic response of the soil layer in the framework of a non-local model of a continuous medium. *Geophysical Journal*, 42 (3), 47–58. [in Ukrainian]
- Kendzera, O.V., Mykulyak, S.V., Semenova, Yu.V., Skurativska, I.A., Skurativskiy, S.I. (2020). Assessment of seismic response of a soil layer with the oscillating inclusions. *Geophysical journal*, 42 (4), 47–58.
- Kendzera, O.V., Mykulyak, S.V., Semenova, Yu.V., Skurativska, I.A., Skurativskiy, S.I. (2021). Seismic response of a layered soil deposit with inclusions. *Geophysical journal*, 43 (2), 3–13.
- Kramer, S.L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. N. J.: Prentice Hall, Upper Saddle River, 672 p.
- Palmov, V.A. (1969). About one model of the environment with a complex structure. *App. mat. and fur.*, 69 (4), 768–773. [in Russian]
- Pavlenko, O.V. (2009). Seismic waves in soil layers: nonlinear behavior of soil during strong earthquakes in recent years. Moscow: Scientific world, 260 p. [in Russian]
- Pehlivan, M., Rathje, E.M., Gilbert, R.B., (2016). Factors influencing soil surface seismic hazard curves. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 83, 180–190.
- Slepian, L.I. (1967). Deformation wave in a bar with damped masses. *Rigid Body Mechanics*, 5, 34–40. [in Russian]
- Yoshida, N., Iai, S., (1998). Nonlinear site response and its evaluation and prediction. *Proc. 2nd International Symposium on the Effect of Surface Geology on Seismic Motion*, 71–90.

Надійшла до редколегії 23.09.21

RESONANT PROPERTIES OF LAYERED SOIL MASSIF CONTAINING A LAYER WITH OSCILLATING INCLUSIONS

The paper is devoted to modeling of the seismic reaction of an inhomogeneous soil massif consisting of three layers that can incorporate oscillating inclusions.

The description of the behavior of soil strata is carried out on the basis of the continual approach, within which the dynamics of the medium is determined by a system of equations of motion and equations of state, where the elastic or visco-elastic properties of the medium are indicated. Classical linear models are quite simple and well verified experimentally, but due to the complex structure of natural geomedias, these models cannot always adequately describe wave processes in them. This requires improvement of models in such a way as to take into account the internal structure of materials.

In this paper, to describe the shear dynamics of an inhomogeneous soil massif, the equations of motion for a continuous medium in the form of mutually penetrating continua are used, one of which coincides with the Kelvin-Voigt carrier medium, and the other one is described by a set of noninteracting partial oscillators. Various inclusions, cracks, or cavities filled with gases and/or liquids can act as oscillators. The equations of motion are supplemented by the compatibility conditions at the boundaries of the layers. The set of layers is considered, among which only one contains oscillating inclusions. The one-dimensional boundary value problem with a free surface and the harmonic law of deformation of massifs rigid bedrock is solved. Using the exact solution of the boundary value problem, the amplification factor of strains for massifs with characteristics close to natural is calculated. Moreover, the iterative procedure, which makes it possible to write down the final formula for the amplification factor in the case of a layered medium with layers of more than 3 is developed. It is shown that the incorporation of inclusions in one of the layers leads to the appearance of an additional resonance frequency, a shift of resonances to the low-frequency region, the appearance of zones with significant damping of resonance peaks. The results obtained make it possible to improve the computational methods for determining the quantitative parameters of seismic hazard when work on seismic micro zoning of construction and operational sites in the seismic regions of Ukraine is carried out.

Keywords: *amplitude-frequency response, resonant properties of soils, heterogeneous media, methods of medium response modeling to seismic effects.*

А. Кендзера, канд. физ.-мат. наук, член-кор. НАН Украины,

ORCID: 0000-0003-0691-0227,

E-mail: skendzera@gmail.com;

С. Микуляк, д-р. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.,

ORCID: 0000-0002-5246-0960,

E-mail: mykulyak@ukr.net;

Ю. Семенова, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.,

ORCID: 0000-0003-4628-8663,

E-mail: ulaska@ukr.net;

И. Скуратовская, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.,

ORCID: 0000-0001-7129-4980,

E-mail: inna_skurativska@gmail.com;

С. Скуратовский, д-р. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.,

ORCID: 0000-0003-4944-2646,

E-mail: skurserg@gmail.com;

Институт геофизики им. С.И.Субботина НАН Украины,

пр. Ак. Палладина, 32, Киев, 03680, Украина

РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА СЛОИСТОГО ГРУНТОВОГО МАССИВА, СОДЕРЖАЩЕГО СЛОЙ С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Посвящено моделированию сейсмической реакции неоднородного грунтового массива, состоящего из трех слоев с возможными включениями.

Описание поведения грунтовых толщ осуществляется на основании континуального подхода, в рамках которого динамика среды определяется системой уравнений движения и уравнений состояния, где указываются упругие или упруго-вязкие свойства среды. Классические линейные модели являются достаточно простыми и хорошо верифицированными экспериментально, но из-за сложного строения реальных природных геосред эти модели не всегда могут адекватно описывать волновые процессы в них, что требует усовершенствования моделей в направлении учета внутренней структуры материалов.

Для описания сдвиговой динамики неоднородного грунтового массива используются уравнения движения сплошной среды в форме взаимно проникающих континуумов, один из которых описывается несущей средой Кельвина–Фойгта, а другой — совокупностью не взаимодействующих частных осцилляторов. В качестве осцилляторов могут выступать различные включения, трещины или полости, заполненные газами и/или жидкостями. Уравнения движения дополняются условиями совместимости на границах слоев. Рассматривается набор слоев, среди которых только один содержит осциллирующие включения. Решается одномерная краевая задача со свободной поверхностью и гармоническим законом деформирования подошвы массива. Используя точное решение краевой задачи, вычислен коэффициент усиления смещений для массивов с характеристиками, близкими к естественным, а также разработана итерационная процедура, позволяющая записать конечную формулу для коэффициента усиления в случае слоистой среды с количеством слоев свыше трех. Показано, что учет включений в одном из слоев приводит к появлению дополнительной резонансной частоты, сдвигу резонансов в низкочастотную область, возникновению зон с существенным ослаблением резонансных пиков. Полученные результаты позволяют усовершенствовать расчетные методы определения количественных параметров сейсмической опасности при проведении работ по сейсмическому микрорайонированию строительных и эксплуатационных площадок в сейсмических районах Украины.

Ключевые слова: *амплитудно-частотная характеристика грунтов, резонансные свойства грунтов, неоднородные среды, методы моделирования реакции среды на сейсмические воздействия.*