

УДК 550.312

DOI: <http://doi.org/10.17721/1728-2713.97.07>Л. Шумлянська, канд. геол. наук, ст. наук. співроб.,
E-mail: lashum@ukr.net;П. Пігулевський, д-р геол. наук, ст. наук. співроб.,
Інститут геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України,
просп. Академіка Палладіна, 32, Київ, Україна

ЗАСТОСУВАННЯ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ ПОПРАВОК ДЛЯ ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОЇ ОДНОВИМІРНОЇ МОДЕЛІ ГУСТИНИ МАНТІЇ

(Представлено членом редакційної колегії д-ром фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб. І. М. Корчагіним)

Наведено результати побудови оптимальної одновимірної моделі густини на прикладі швидкісної кривої для одного з мантийних доменів під Українським щитом. Дослідження розподілу густини проводили на основі трансформування першого наближення, отриманого за рівнянням Адамса – Уільямсона. Показано кілька варіантів трансформації: на основі середньоарифметичної поправки за п'ятьма референтними моделями мантиї (PEMC, PEMA, PREM, AK135, IASP91); з використанням опорних точок, що відображують сейсмічні границі, для визначення інтервалів обчислення густини за рівнянням Адамса – Уільямсона; при введенні поправок у вигляді різниці поліномів для теоретичної кривої густини та кривої, отриманої за рівнянням Адамса – Уільямсона для моделі IASP91. Розрахована останнім способом крива густини не привносить у модель IASP91 локальні (помилкові) аномалії густини і дотримується розташування сейсмічних границь, визначених за перегибами кривої Р-швидкості. При цьому крива густини, отримана з рівняння Адамса – Уільямсона, трансформується в криву, максимально наближену до середньоарифметичної кривої густини, при збереженні геометрії, властивості кривій сейсмічної швидкості Р- і S-хвиль.

Значення густини, отримані з використанням різниці поліномів, вважаємо оптимальним наближенням до фізичного розподілу густини для мантиї для зазначеного розподілу сейсмічних швидкостей, у нашому випадку – для мантийного домену під Українським щитом із координатами центра 28,25E 49N.

Ключові слова: густина, мантия, рівняння Адамса – Уільямсона, коригувальні поліноми.

Вступ. Густина – це один із основних фізичних параметрів, який цікавить дослідників внутрішньої будови Землі. Одна із класичних робіт, присвячена проблемам визначення густини в мантиї, була написана К. Е. Булленом ще у 70-ті роки минулого сторіччя (Буллен, 1978). З того часу підходи щодо розв'язання проблеми визначення густини в мантиї у масштабах Землі значно не змінилися. Далі ми стисло викладемо логічний ланцюжок отримання формули для визначення густини в мантиї для одновимірної моделі, здебільшого опираючись на цю роботу.

Відповідно до відомих співвідношень, які випливають ще з фізики Ньютона, головним залишається закон всесвітнього тяжіння:

$$g = G \frac{M}{R_E^2},$$

де g – прискорення вільного падіння, G – гравітаційна стала, M – маса Землі, R_E – її радіус, ρ – її густина.

З гідростатичного співвідношення $\frac{dP}{dz} = -\frac{dP}{dr} = g\rho$, випливає, що тиск зростає із глибиною, як у рідкому тілі, де $z = R_E - r$. Воно також надійне в межах ретельно встановлених обмежень для P – тиску. Ці три співвідношення дають одне з перших основних рівнянь, отримане Лапласом:

$$\frac{dP}{dr} = -4\pi G \rho r^{-2} \int_0^r \rho q^2 dq,$$

яке пов'язує радіус планети із густиною і тиском у її надрах. Тут q – радіус-вектор сферичного шару $0 < q \leq r$.

Моделний розподіл густини Землі має задовольняти інтегральні співвідношення, щоб відповідати насамперед масі та моменту інерції Землі. У першому наближенні Земля є кулею, тобто розглядається сферично-симетрична модель, де нехтують стисненням Землі та латеральними неоднорідностями такими, що $\rho = \rho(r)$. У цьому випадку маса, укладена у сферичну оболонку, становить $dm = 4\pi r^2 dr$.

Природно покласти ці параметри в основу побудови моделі густини Землі як функції $g(r)$, $m(r)$, $\rho(r)$ і $P(r)$.

Необхідно запровадити ще рівняння стану речовини Землі $P = P(V, T, \dots)$.

Оскільки тиск і температура за гідростатичної рівноваги залежать лише від радіуса, а $V = 4\pi r^3/3$, то рівняння стану можна переписати як залежність густини від тиску, температури тощо:

$$\rho = \rho(P, T, \dots).$$

Ці рівняння з урахуванням додаткових припущень про стан речовини були покладені згодом в основу досліджень залежності густини речовини планети – моделі Ендема, Роша, Дарвіна, Лежандра – Лапласа, Радо та ін. (Жарков, 2013; Магницький 1965; Вікулін 2008).

У роботі ми спираємося на класичні уявлення про побудову сферично-симетричної моделі розподілу густини в мантиї Землі. Більш детально про побудову моделі, наближеної до реального середовища, поговоримо в розділі, присвяченому запропонованій методиці, оскільки подальший розгляд підходить відповідає конкретному розв'язанню поставленого завдання.

Мета. Побудова одновимірної моделі розподілу густини в мантиї, максимально наближеної до реального розподілу. Як вихідні дані використовується синтетична швидкісна крива для Р- та S-хвиль мантиї під північно-східною частиною Українського щита (УЩ) для домену з координатами центра 28,25E 49N, що отримана на основі сейсмотомографічної моделі (Шумлянська і др., 2014; Geyko, 2004).

Короткий аналіз методичних підходів. На першому етапі проаналізуємо кілька відомих із літератури методів, які не засновані на вищеприписаному підході визначення густини в мантиї.

Один із методів базується на лабораторних дослідженнях залежності швидкості хвиль стиснення в ізотропних агрегатах оксидів та силікатів від тиску. Ще в 1939 р. Берч дійшов висновку, що зміна густини для речовин з однаковою середньою атомною вагою відображає відмінності у структурі та складі. Берч також зазначав, що для такої речовини швидкість і густина можуть бути пов'язані багато в чому так само, як при зміні об'єму речовини тільки під впливом тиску (Birch, 1939, 1961, 1964).

Пізніше (McQueen et al., 1964) помітили, що для схожих матеріалів швидкість об'ємної звукової хвилі (сейсмічної) також пропорційна густині. Визначені Берчем

швидкості хвиль стиснення, повздовжні хвилі V_p , разом з визначеннями швидкостей поперечних хвиль V_s (Simmons, 1964), дають швидкість об'ємної звукової хвилі C , яка визначається як

$$C = (V_p^2 - 4/3 V_s^2)^{1/2}.$$

Це співвідношення було знайдено в результаті лабораторних вимірювань, воно також має іншу форму, виражену через лінійну залежність від густини:

$$C = a + b\rho,$$

де ρ – густина, a і b – коефіцієнти, що відображають функціональні залежності від атомної ваги речовини.

Для швидкостей об'ємних хвиль експериментальні співвідношення з густиною аналогічні:

$$V_p = a_p + b_p\rho; V_s = a_s + b_s\rho.$$

На (рис. 1) показані побудовані Берчем експериментальні залежності швидкості та густини за різних тисків для різних порід, використовуючи які можна розрахувати зміни густини в мантії безпосередньо за швидкісним розрізом.

Переваги підходу Берча полягають у простоті його використання. Основний недолік – це необхідність мати два апіорно задані параметри для пошуку третього: тиску та швидкості для оцінювання густини; густини та швидкості для оцінювання тиску. Це значне обмеження, яке дозволяє вийти із класу модельних завдань.

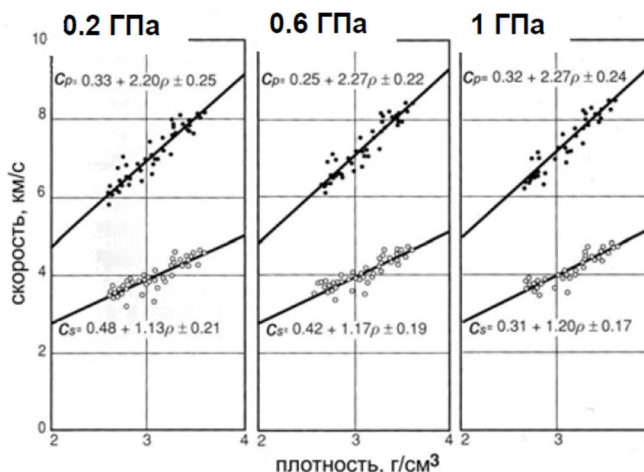


Рис. 1. Залежність швидкості об'ємних хвиль від густини за Берчем (Fowler, 2004)

Розглянемо ще один метод оцінювання стрибків густини на границях шарів мантії за співвідношенням енергії у відбитих та заломлених хвилях у шаруватому середовищі.

Розрахунок енергії об'ємних хвиль ведеться зазвичай за формулою, виведеною Цепритцем і Віхертом у 1912 р. (формула Цепритця – Віхерта) (Саваренский та ін., 1955).

$$E^{P,S} = 8\pi^3 R^2 c \rho \exp(kR) \frac{\sin \Delta \sin e_0}{de_0/d\Delta} \sum_n \frac{A^2}{T^2} t_e,$$

де R – відстань до епіцентру, c – швидкість сейсмічних хвиль, k – коефіцієнт згасання, ρ – густина середовища, A – амплітуда сейсмічних хвиль, T – період сейсмічної хвилі, t_e – тривалість землетрусу. Експоненційний множник урахує загасання хвиль із відстанню внаслідок їх

розбіжності та розсіювання. Множник $\frac{\sin \Delta \sin e_0}{de_0/d\Delta}$ враховує геометричні особливості поширення хвиль та розходження сейсмічних променів, Δ – відстань у град., e_0 – кут виходу хвилі. На практиці сейсмічну енергію землетрусів зазвичай визначають за спеціальними номограмами (Fedotov, 1963), розрахованими за заданими параметрами середовища. Аналогічна номограма була розрахована для співвідношення енергії відбитої та заломленої хвилі (Tooley, 1965), яка залежить від співвідношення стрибка густини на границях шарів мантії та співвідношення сейсмічних швидкостей і кута падіння хвилі (рис. 2).

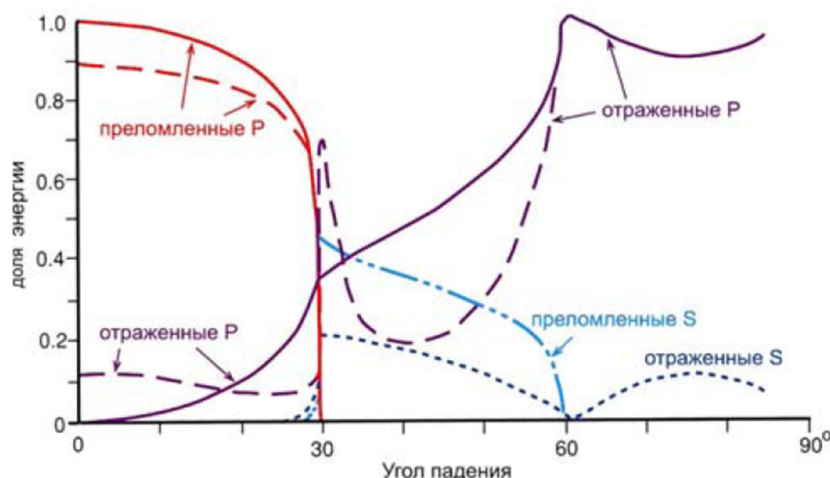


Рис. 2. Співвідношення енергії у відбитій та заломленій хвилях залежно від густин та кута падіння при $V_{p1}/V_{p2} = 0.5$; $V_{p1}/V_{s1} = 1.87$; $V_{p2}/V_{s2} = 1.73$ (суцільна лінія при $\rho_1/\rho_2 = 2$; пунктирна $\rho_1/\rho_2 = 2$) (Tooley, 1965)

Співвідношення амплітуд, швидкості та густини (Tooley, 1965):

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{\rho_2 V_{p,s2} - \rho_1 V_{p,s1}}{\rho_2 V_{p,s2} + \rho_1 V_{p,s1}},$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{2\rho_1 V_{p,s1}}{\rho_2 V_{p,s2} + \rho_1 V_{p,s1}},$$

де A_0 – амплітуда падаючої хвилі; A_1 – амплітуда відбитої хвилі; A_2 – амплітуда заломленої хвилі; $V_{p,s1}$ – швидкість поширення P - та S -хвиль у середовищі вище границі розділення; $V_{p,s2}$ – швидкість поширення P - та S -хвиль у середовищі нижче границі розділення; ρ_1 – густина у середовищі вище границі; ρ_2 – густина у середовищі нижче границі розділення.

Представлений метод оцінювання густини мантії, що спирається на виміри амплітуд сейсмічних хвиль, начебто зменшує залежність від вихідної (початкової) моделі, тобто дозволяє піти із класу модельних завдань, однак сама формула обчислення амплітуди Цепритца – Віхерта показує її залежність від густини. Фактично ми не просунулися на шляху пошуку розв'язання оцінювання густини поза класом завдання початкових моделей, що нас не влаштовує, оскільки ми шукаємо спосіб отримання густини без прив'язки до початкової моделі.

Повернемося до класичної постановки та підходів, розроблених для одновимірної сферично-симетричної моделі Землі. У вступі ми коротко розглянули теоретичні основи розподілу густини за заданої маси Землі, де нехтують стисненням Землі, латеральними неоднорідностями і неоднорідним складом порід, складових мантії.

Методики розрахунку густин із використанням сейсмічних швидкостей та їх верифікація. Рівняння Адамса – Уільямсона. Перший і найбільш істотний крок на шляху побудови моделей, наближених до реальних моделей Землі, зробили американські геофізики Адамс і Уільямсон у 1923 р. Як усі модельні задачі, їхній підхід має задані постулати: Земля має однорідний склад; нагортання тиску в мантії Землі відбувається за гідростатичним законом – збільшення тиску Δp при збільшенні глибини на Δr дорівнює вазі речовини цього шару, що припадає на одиницю площі, тобто стисканню матеріалу під дією сил гравітації переважають переважно сили пружності. І тут справедливий закон Гука, який грає роль рівняння стану. Виходячи з цього, маємо:

$$dP = -K\theta,$$

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu,$$

$$\theta = \frac{dV}{V},$$

де K – модуль усебічного стиснення; θ – відносна зміна об'єму (дилатансія).

Сейсмічний параметр дозволяє масштабувати зміну густини та сили тяжіння відповідно до зміни швидкості об'ємної сейсмічної хвилі. Вважається, що цей підхід дозволяє визначити детальний розподіл густини в надрах Землі і, відповідно, побудувати реальну модель Землі. Однак, з урахуванням усіх заданих припущень, коректніше вважати отриману модель квазіреальною. Роблячи далі підстановку

$$dP = -K \frac{dV}{V} = K \frac{dp}{\rho} = \frac{K}{\rho} dp$$

$$dP = F dp,$$

отримаємо рівняння Адамса – Уільямсона

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{g\rho}{F}$$

яке справедливе в тому випадку, коли густина збільшується із глибиною лише за рахунок ваги шарів, що лежать вище. $F = K/\rho = (V_p^2 - \frac{4}{3}V_s^2)$ – сейсмічний параметр.

З урахуванням закону всесвітнього тяжіння та визначення маси, укладеної у сферичну оболонку, маємо

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{dr} = -G \frac{\rho m(r)}{r^2} \\ \frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho \end{cases}$$

Різницева схема розв'язання системи рівнянь виглядає так (Захаров та ін., 2016):

$$\begin{cases} \rho(r - \Delta r) = \rho(r) - \Delta\rho = \rho(r) + G \frac{\rho(r)m(r)\Delta r}{r^2} \\ m(r - \Delta r) = m(r) - \Delta m = m(r) - 4\pi\rho(r)r^2\Delta r \end{cases}$$

Якщо при $r = R_E$ задано $\rho(R_E)$ і $m(R_E) = M$, то, послідовно "знімаючи" шари потужністю Δr , отримуємо значення $\rho(r)$ при $r < R_E$ і будуюмо розріз густини Землі (R_E – радіус Землі, M – маса Землі).

Наявність у Землі різких стрибків сейсмічних границь ставить під сумнів справедливості рівняння Адамса – Уільямсона, особливо на межі мантія – ядро, але в першому наближенні його застосування виправдане.

Квазі-3-вимірний сейсмотомографічний P -швидкісний модель мантії під УЩ (Шумлянська та ін., 2014), яка є набором однодимірних моделей, побудована за даними перших вступів рефрагованих P -хвиль. Фізика поширення рефрагованих хвиль передбачає їх плавне проходження крізь сейсмічні границі, на відміну від відбитих хвиль. Виходячи із цього, отримана в результаті інверсії годографа рефрагованих хвиль швидкісна крива є незмінною функцією, яка не має розривів першого роду – стрибків швидкості на границях. Відсутність різких стрибків створює умови для застосування рівняння Адамса – Уільямсона протягом усієї швидкісної кривої (до 2600 км), хоча і є обмеження для рівняння, пов'язані з неоднорідним складом мантії, які не враховує це рівняння.

Перерахунок синтетичної P -, S -швидкісної кривої (Shumlianska et al., 2021) із застосуванням рівняння Адамса – Уільямсона із супутніми постулатами і спрощеннями для густини був прийнятий нами як найбільш обґрунтований.

Методика визначення опорних (реперних) точок значень густини. У нашій роботі (Shumlianska et al., 2020) докладно описано метод отримання сейсмічних границь по перегибах перших похідних швидкісної кривої та наведено результати для мантії під УЩ. Ці дані можуть бути використані для визначення опорних точок (сейсмічних границь) для створення матриці реперних значень густини, узятих із точок, найбільше просторово близько розташованих до референтної моделі, що отримані із зіставлення швидкісних кривих – експериментальної та теоретичної (для референтної моделі). Для розрахунку швидкісної кривої для домену мантії, розташованого в північно-західній частині УЩ з координатами центра 28,25E 49N, узято референтну модель IASP9.

Ми пропонуємо таку схему розрахунку шуканої кривої густини:

- дані щодо глибин сейсмічних границь, що відповідають нашим координатам, розраховані у роботі (Shumlianska et al., 2020);
- за моделлю IASP91 для відповідних глибин визначаємо опорні значення густини, що відповідають сейсмічним границям;
- у межах між сейсмічними границями знаходимо густину за рівнянням Адамса – Уільямсона.

Методика побудови оптимальної моделі густини із внесеними поправками по поліномах. Побудуємо моделі густини за рівнянням Адамса – Уільямсона для референтних моделей Землі (PEMA, PEMC, PREM, IASP91, ak135). У рівнянні Адамса – Уільямсона використовується сейсмічний параметр, отриманий за швидкостями

об'ємних хвиль P , S . Розраховану криву апроксимуємо поліномами в межах стрибків густини (табл. 1). Також апроксимуємо криві теоретичних густин, побудовані за даними із сайту [https://ds.iris.edu/ds/products/emc-](https://ds.iris.edu/ds/products/emc-referencemodels/)

[referencemodels/](https://ds.iris.edu/ds/products/emc-referencemodels/). Поправку знаходимо як різницю поліномів для теоретичних кривих густин референтних моделей і отриманих за рівнянням Адамса – Уільямсона.

Таблиця 1

Поліноми для кривих густин референтних моделей, розрахованих за рівнянням Адамса – Уільямсона і літературними даними та їх різниця

Поправки для густини		Поліном для глибин 0-220 км	Поліном для глибин 220-420 км	Поліном для глибин 420-670 км		Поліном для глибин 670-2185 км	
PEMC	Експер.	$y = 0.001x + 3.2786$	$y = 0.0008x + 3.3285$	$y = 0.0008x + 3.3219$		$y = 1E-07x^2 + 0.0006x + 3.4197$	
	Теор.	$y = 0.0006x + 3.2983$	$y = 0.0006x + 3.298$	$y = 0.0012x + 3.2488$		$y = -3E-08x^2 + 0.0006x + 3.9656$	
	Різниця поліномів	Експер.-теор. $y = 0.0004x - 0.0197$	Експер.-теор. $y = 0.0002x + 0.0305$	Теор.-експер. $y = 0.0004x - 0.0731$		Теор.-експер. $y = -1.3E-07x^2 + 0.5459$	
PEMA	Експер.	$y = 0.0009x + 3.2828$	$y = 0.0008x + 3.3094$	$y = 0.0008x + 3.3259$		$y = 2E-07x^2 + 0.0006x + 3.343$	
	Теор.	$y = 0.0006x + 3.2982$	$y = 0.0006x + 3.2979$	$y = 0.0012x + 3.2485$		$y = -3E-08x^2 + 0.0006x + 3.9662$	
	Різниця поліномів	Експер.-теор. $y = 0.0003x - 0.0154$	Експер.-теор. $y = 0.0002x + 0.0115$	Теор.-експер. $y = 0.0004x - 0.0774$		Теор.-експер. $y = -2.3E-07x^2 + 0.6232$	
AK135		0-210 км	210-410 км	410-660 км		660-2740 км	
	Експер.	$y = 0.0009x + 3.2667$	$y = 0.0008x + 3.2843$	$y = 0.0008x + 3.2915$		$y = 2E-07x^2 + 0.00035x + 3.4352$	
	Теор.	$y = 5E-06x^2 - 0.0006x + 3.3153$	$y = 0.0014x + 3.1054$	$y = 0.0013x + 3.2755$		$y = -7E-08x^2 + 0.0007x + 3.9202$	
	Різниця поліномів	Експер.-теор. $y = -5E-06x^2 + 0.0015x - 0.0486$	Експер.-теор. $y = -0.0006x + 0.1789$	Теор.-експер. $y = 0.0005x - 0.016$		Теор.-експер. $y = -2.7E-07x^2 + 0.00035x + 0.485$	
PREM		0-220 км	220-400 км	400-600 км	600-670 км	670-770 км	770-2880 км
	Експер.	$y = 0.001x + 3.3283$	$y = 0.0008x + 3.3615$	$y = 0.0008x + 3.3739$	$y = 0.0008x + 3.373$	$y = 0.0006x + 3.5034$	$y = 2E-07x^2 + 0.0005x + 3.6451$
	Теор.	$y = -0.0001x + 3.3834$	$y = 0.0006x + 3.3041$	$y = 0.0013x + 3.2187$	$y = 0.0002x + 3.873$	$y = 0.0006x + 3.9632$	$y = -3E-08x^2 + 0.0009x + 3.9851$
	Різниця поліномів	Експер.-теор. $y = 0.0011x - 0.0551$	Експер.-теор. $y = 0.0002x + 0.0574$	Теор.-експер. $y = 0.0005x - 0.1552$	Теор.-експер. $y = -0.0006x + 0.5$	Теор.-експер. $y = 0.4598$	Теор.-експер. $y = -2.3E-07x^2 + 0.0003x + 0.34$
IASP91		50-100 км	150-175 км	200-275 км	300-640 км	640-2893 км	
	Експер.	$y = 0.0009x + 3.1668$	$y = 0.0009x + 3.1658$	$y = 0.0009x + 3.1664$	$y = 0.0009x + 3.1721$	$y = 2E-07x^2 + 0.0004x + 3.3857$	
	Теор.	$y = 0.0038x + 3.0106$	$y = 0.0005x + 3.3208$	$y = 0.0037x + 2.7646$	$y = 0.0008x + 3.5415$	$y = 0.0005x + 3.9431$	
	Різниця поліномів	Теор.-експер. $y = 0.0029x - 0.1562$	Теор.-експер. $y = -0.0004x + 0.155$	Теор.-експер. $y = 0.0028x - 0.4018$	Теор.-експер. $y = -0.0001x + 0.3694$	Теор.-експер. $y = -2E-07x^2 + 0.0001x + 0.5574$	

x – глибина (км); y – значення густини ($г/см^3$). Експер. – експериментальна крива густини, що отримана за рівнянням Адамса – Уільямсона; Теор. – крива густини для кожної моделі зі значеннями густини, що викладені на сайті IRIS (<https://ds.iris.edu/ds/products/emc-referencemodels/>).

Поправку для однієї з референтних моделей використовуємо при наближенні до "реальної" моделі густини для вибраного нами домену мантиї під УЩ. Як і в попередньому випадку, будемо використовувати сейсмічні границі, у межах яких застосуємо поправки до полінома для значень густини референтної моделі IASP91.

Перевірка побудованої моделі. Тривимірність або навіть чотиривимірність надр Землі не дозволяє точно їх описати за допомогою якогось одновимірного наближення, навіть обґрунтованого загальноприйнятими постулатами і законами фізики. Крім того, ми продовжуємо описувати реальну Землю за допомогою сферично-симетричних моделей. У нашій роботі ми проводимо тестування перерахунку синтетичних P - та S -швидкісних одновимірних моделей для густини на прикладі одновимірної моделі. Використана одновимірна швидкісна модель є складовою P -швидкісної сейсмотомографічної моделі мантиї під УЩ, отриманої за методом Геїко (Gejko, 2004), і доповнена синтетичною S -швидкісною моделлю (Shumlianska et al., 2021).

Перерахуємо за такою методикою значення густини для кривої, яка є середньоарифметичною від п'яти

відомих референтних швидкісних моделей мантиї Землі (PEMA, PEMC, PREM, IASP91, ak135). Визначимо відхилення кожної із цих моделей від розрахованої та порахуємо середньоарифметичне відхилення, щоб використовувати їх як поправки при перерахунку швидкісної кривої сейсмотомографічної моделі мантиї під УЩ. Цифрові дані про моделі взято на сайті IRIS (<https://ds.iris.edu/ds/products/emc-referencemodels/>).

Результати. Відповідно до формули різниці до підрахунку густини мантиї за рівнянням Адамса – Уільямсона (Zakharov et al., 2016) ми отримали розв'язки для п'яти референтних швидкісних моделей (PEMC, PEMA, PREM, AK135, IASP91) і однієї зі швидкісних кривих для P -хвиль, доповненої синтетичною для S -хвиль, узятою із квазітривимірної сейсмотомографічної моделі для мантиї під УЩ для домену з координатами центра 28,25 Е 49N, в інтервалі глибин 50–2600 км. Для інших моделей ми також обмежимося цією глибиною.

На рис. 3 представлено криві густини для референтних моделей у варіантах, узятих за даними на сайті <https://ds.iris.edu/ds/products/emc-referencemodels/>, і ті, що розраховані за рівнянням Адамса – Уільямсона.

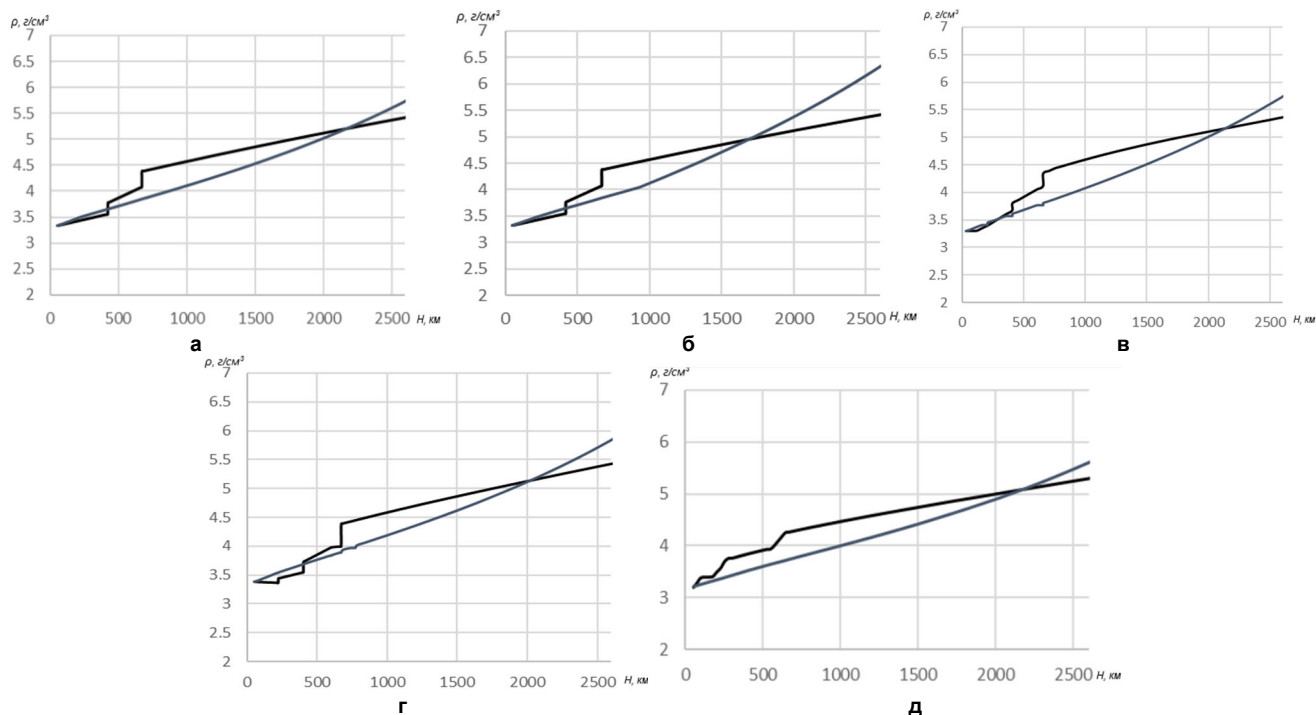


Рис. 3. Теоретичні та перераховані за рівнянням Адамса – Уільямсона криві густини для референтних моделей Землі: а – PEMC; б – PEMA; в – PREM; г – AK135; д – IASP91;

теоретична модель – чорна лінія, розрахована за рівнянням Адамса – Уільямсона – сіра лінія

Різниця між кривими густини теоретичними і отриманими за рівнянням Адамса – Уільямсона показує недолік постулату про однорідність мантії, а також припущення про створення тиску лише за рахунок вище залягаючих шарів. Для нівелювання цих відхилень ми пропонуємо запровадити поправки у вигляді різниці поліномів для теоретичних референтних кривих густини й отриманих у результаті перерахунку за рівнянням Адамса – Уільямсона.

На рис. 4,а показані криві густини, розраховані за рівнянням Адамса – Уільямсона для референтних моделей (кольорові лінії), і крива густини для домену мантії під УЩ із координатами центра 28,25E 49N (чорна лінія). На рис. 4,б показані швидкісні криві для референтних моделей (кольорові лінії) та для кривої 28,25E 49N (чорна лінія). Крива для мантіяного домену УЩ не має різких стрибків швидкості на сейсмічних границях.

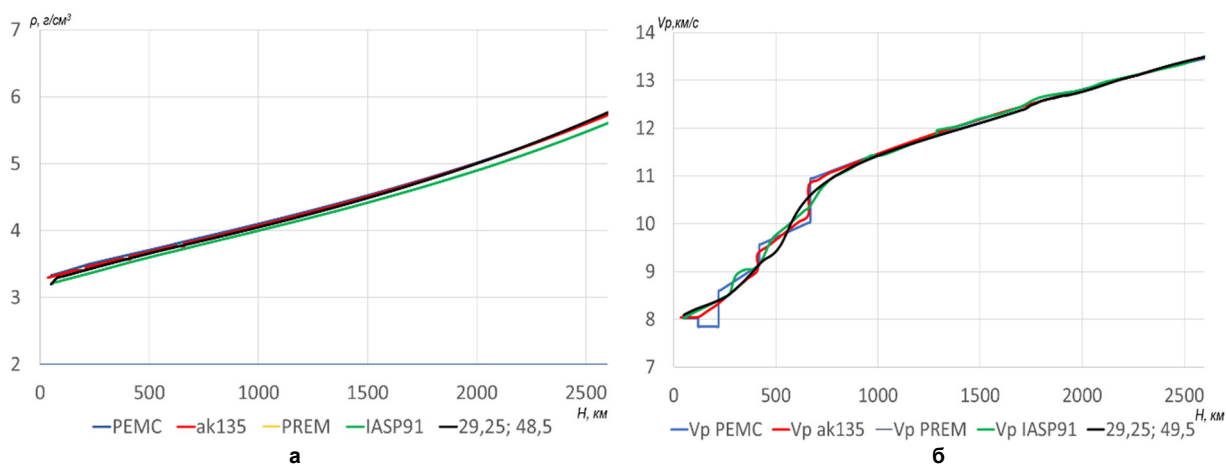


Рис. 4. Розміщення кривих густини, розрахованих за рівнянням Адамса – Уільямсона (а), та швидкості Р-хвиль (б) для домену мантії з координатами центра 28,25E 49N щодо одновимірних референтних моделей (PEMC, PEMA, PREM, AK135, IASP91)

На рис. 5 показані криві густини для референтних моделей (кольорові лінії) та для кривої під УЩ у мантіяному домені з координатами центра 28,25E 49N (чорна лінія) із введеними поправками для референтних моделей відповідно до різниці поліномів (табл. 1). Під щитом поправки становлять середнє арифметичне між поправками для референтних моделей. Бачимо, що перерахунок

швидкісних кривих за допомогою середньоарифметичних поправок теоретично може бути використаний, проте введення таких поправок призводить до спотворення (невідповідності) геометрії вихідної кривої (див. швидкісну криву на рис. 4,б), що, у свою чергу, може створювати локальні (помилкові) аномалії густини.

Застосовуючи інший підхід, можна визначити поправки у вигляді різниці поліномів для середньої кривої густини від референтної та пошукової моделей (табл. 2). Отримана крива густини, після внесення поправок за різницею поліномів (рис. 6), має розрив на межі 670 км, оскільки складно підібрати поліном, який описує верхню і нижню мантії одночасно. Залишається нерозв'язаним питання про те, наскільки отримана крива відповідає оптимальній моделі мантії, а також чи вносять поправки некоректні зміни в перераховану криву (наскільки вона відповідає початковим змінам сейсмічних швидкостей). Однак такий

підхід краще використовувати для побудови відносних моделей з опорною кривою, наприклад середньою для референтних або кривою для домену мантії, а аномалії будуть показувати відхилення відносно опорної моделі.

Для мантійного домену з координатами центра 28.25E 49N маємо такі сейсмічні границі та відповідні до них значення густини за моделлю IASP91 (табл. 3). Ці значення густини були використані як опорні для відповідних границь, а у проміжках було застосовано середньоарифметичні поправки за референтними моделями (рис. 7).

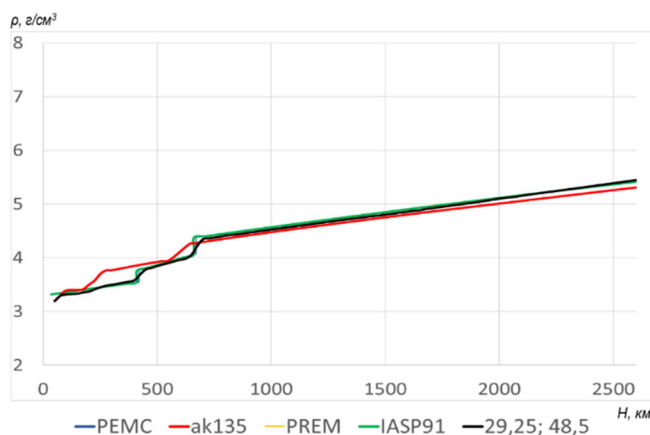


Рис. 5. Криві густини для референтних моделей (кольорові лінії) та для кривої у мантійному домені під УЩ із координатами центра 28,25E 49N (чорна лінія) із введеними поправками

Таблиця 2

Поліноми для середньої кривої густини, для шуканої кривої та їх різниці (значення x , y див. у табл. 1)

	Глибина 0-675 км	Глибина 700-2600 км
Поліном для середньої моделі	$y = 2E-06x^2 + 0.0006x + 3.291$	$y = 1E-08x^2 + 0.0005x + 3.8818$
Поліном для пошукової моделі	$y = -5E-07x^2 + 0.0004 + 3.2058$	$y = 1E-07x^2 + 0.0004x + 3.4347$
Різниця поліномів	$y = 2.5E-07x^2 - 0.0002x + 0.0126$	$y = -0.9E-07x^2 + 0.0001x + 0.4471$

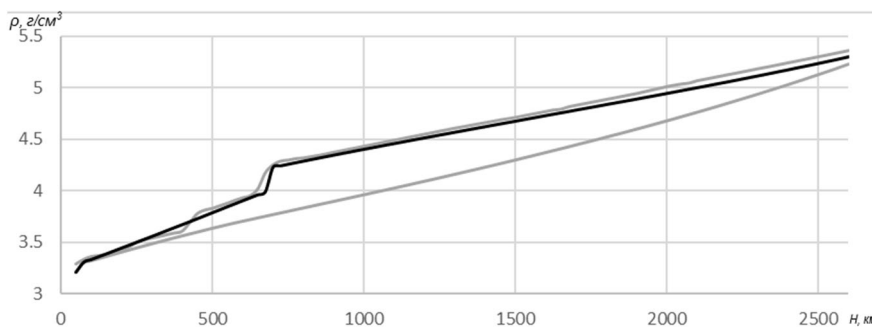


Рис. 6. Криві густини: для середньої від референтних моделей (сіра пунктирна лінія); для домену 28,25E 49N, розрахована за рівнянням Адамса – Уільямсона (сіра лінія); та сама крива із внесеними поправками за різницею поліномів (чорна лінія)

Таблиця 3

Значення глибин сейсмічних границь із відповідними значеннями густини

Глибина сейсмічної границі домена з координатами центра 28,25E 49N, км	Значення густини за моделлю IASP91, г/см³
135	3.39727
165	3.401584
290	3.765419
390	3.820897
425	3.867325
470	3.89995
515	3.93214
600	4.11500

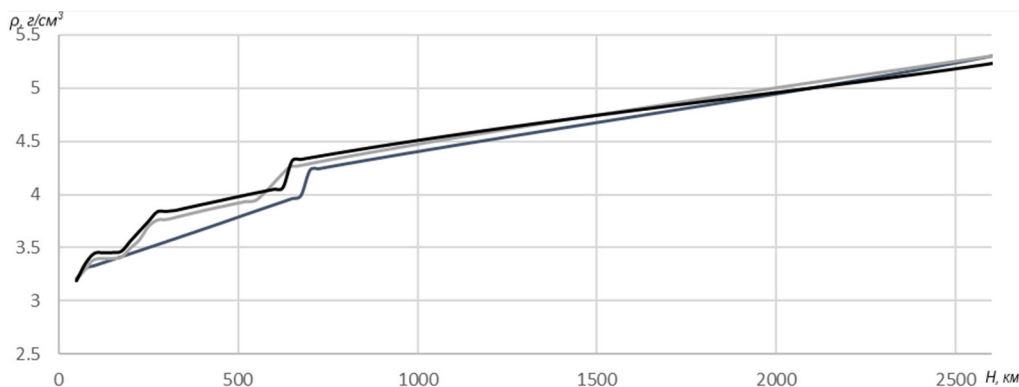


Рис. 7. Криві густини: для IASP91 (сіра пунктирна лінія); для мантійного домену з координатами 28,25E 49N із внесеними середньоарифметичними поправками за референтними моделями (темно-сіра лінія); та сама крива з опорними значеннями густини для сейсмічних границь (чорна лінія)

На рис. 8 показано результат використання поправочного полінома для референтної моделі IASP91 (табл. 1) щодо кривої густини для мантійного домену, що вивчається, порашованого за рівнянням Адамса – Уільямсона.

Поліноми були застосовані в інтервалах сейсмічних границь, визначених раніше за перегинами перших похідних кривої швидкості Р-хвиль.

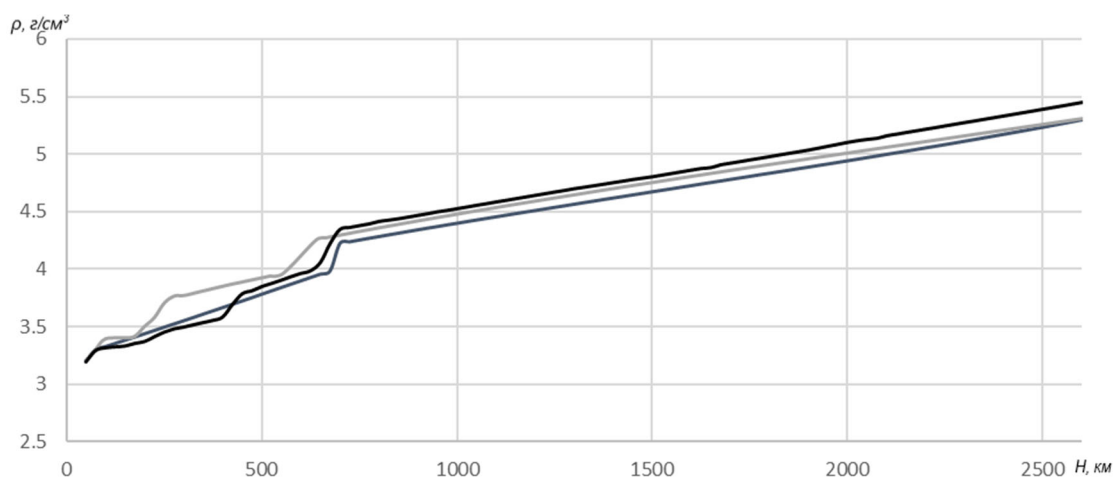


Рис. 8. Криві густини: для IASP91 (сіра пунктирна лінія); для мантійного домену з координатами 28,25E 49N із внесеними середньоарифметичними поправками за референтними моделями (темно-сіра лінія); для мантійного домену, розрахована за рівнянням Адамса – Уільямсона з поправками за різницевиими поліномами щодо густини моделі IASP91 (чорна лінія)

Обговорення. Розглянемо схему створення одновимірної моделі густини, описану в літературі та використану нами у цьому дослідженні:

- розрахунок моделей густини для мантії ведеться для одновимірного сферично-симетричного випадку; використовуємо припущення, що маса Землі є сталою для кожної моделі;

- не враховується хімічна та інші неоднорідності;
- тиск усередині надр створюється тільки за рахунок вищих шарів – вимога до рівняння Адамса – Уільямсона;
- сферична симетричність моделі спричинює те, що врахування реальних швидкостей, отриманих за сейсмічною томографією, створює нереальну ситуацію, коли один із розподілів швидкостей присвоюється всій сфері.

Ці обмеження дозволили нам отримати оптимальну модель густини для одного з доменів мантії під Українським щитом із координатами центра 28,25E 49N. Метод було описано вище, основа наших розрахунків – рівняння Адамса-Уільямсона.

Отриману криву густини ми спробували модифікувати (наблизити) до фізичної моделі шляхом введення поправок за відомими референтними моделями (PEMC, PEMA,

PREM, AK135, IASP91) як середньоарифметичну поправку за всіма моделями. Для цього кожна модель була перерахована для кривої густини за рівнянням Адамса – Уільямсона. За різницею між вихідними даними густини та літературними було визначено величину поправки. Проте, як видно з рис. 5, введення таких поправок призводить до псевдострибків густини, невластивих первинній швидкісній кривій у точці 28,25E 49N (рис. 4,б).

Уведення поправок, як перших, так і других, показує, що спотворення початкової моделі поправками неминуче. У цих випадках можна уникнути некоректного розуміння аномалій густини, відображаючи їх у вигляді різниці початкової моделі та розрахованої. Така практика широко використовується в геофізиці.

Нами було апробовано інший спосіб запровадження поправок – у вигляді різниці поліномів, що апроксимують найбільш подібну (з нашого погляду) до шуканої кривої криву густини моделі IASP91 та розраховану нами за рівнянням Адамса – Уільямсона криву під Українським щитом. Результат представлено на рис. 7. Як бачимо, введення цих поправок також не позбавляє внесення штучних стрибків густини.

На наш погляд, оптимальний результат для кривої густини для мантийного домену з координатами 28,25E 49N був отриманий при введенні поправок у вигляді різниці поліномів для теоретичної кривої густини та отриманої за рівнянням Адамса – Уільямсона для моделі IASP91. З рис. 8 видно, що отримана таким чином крива густини не спотворена привнесеними стрибками густини моделі IASP91, дотримується розташування сейсмічних границь, отриманих по перегибах кривої P -швидкості. При цьому крива густини, отримана за рівнянням Адамса – Уільямсона, трансформується у криву, максимально наближену до кривої густини, отриманої при внесенні поправок від середньої кривої густини при збереженні геометрії кривої сейсмічної швидкості P - і S -хвиль, що свідчить на користь того, що ця крива густини є оптимальною.

Висновки. Розглянуто кілька варіантів трансформації розрахункової кривої густини:

- на основі середньоарифметичної поправки за п'ятьма референтними моделями (PEMC, PEMA, PREM, AK135, IASP91);
- з використанням опорних точок, що відображують сейсмічні границі, для визначення інтервалів обчислення густини за рівнянням Адамса – Уільямсона;
- при введенні поправок у вигляді різниці поліномів для теоретичної кривої густини та отриманої за рівнянням Адамса – Уільямсона для моделі IASP91.

Показано, що розраховані значення густини не є точними, а є лише наближенням, що відповідає застосованому математичному апарату.

Використання поправки за поліномом для референтної моделі IASP91 в інтервалах сейсмічних границь, визначених по перегибах перших похідних кривої швидкості P -хвиль, дозволяє отримати криву густини, не спотворену стрибками її значень, які притаманні моделі IASP91. Отримана з використанням полінома різниці крива густини відображає геометрію кривої сейсмічних швидкостей, у нашому випадку – для мантийного домену під УЩ із координатами центра 28,25E 49N.

Таким чином, у цьому дослідженні було отримано оптимальну одновимірну модель розподілу густини, наближену до фізичної моделі, яка відповідає швидкісній кривій для мантиї на глибинах 50–2600 км під північно-західною частиною Українського щита.

Список використаних джерел

- Буллен, К.Е. (1978). Плотность Земли. М.: Мир.
- Викулин, А.В. (2004). Введение в физику Земли. Учебное пособие. Петропавловск-Камчатский: изд-во КГПУ.
- Викулин, А.В. (2008). Физика Земли и геодинамика. Учебное пособие. Петропавловск-Камчатский: Изд-во КамГУ им. Витуса Беринга.
- Жарков, В.Н. (2013). Внутреннее строение Земли и планет. Элементарное введение в планетную и спутниковую геофизику. М.: ООО "Наука и образование".
- Захаров, В.С., Смирнов, В.Б. (2016). Физика Земли. Москва: Инфра-М.
- Магницкий, В.А. (1965). Внутреннее строение и физика Земли. М.: Недр.
- Саваренский, Е.Ф., Кирнос, Д.П. (1955). Элементы сейсмологии и сейсмометрии. М.: Гостехиздат.
- Тарасов, В.Н., Бояркина, И.В. (2014). Момент инерции земного шара. *Омский научный вестник*, 2 (130), 9–10.
- Федотов, С.А. (1963). О поглощении поперечных сейсмических волн в верхней мантии и энергетической классификации близких землетрясений с промежуточной глубиной очага. *Изв. АН СССР. Сер. геофиз.*, 6, 820–849.
- Шумлянская, Л., Дубовенко, Ю., Пигулевский, П. (2021). О возможности создания синтетической S -скоростной модели путем пересчета P -скоростной модели. *Вісник Київського національного університету*

імені Тараса Шевченка. *Геологія*, 4 (95), 46–53. DOI: <http://doi.org/10.17721/1728-2713.95.06>

Шумлянская, Л.А., Трипольский, А.А., Цветкова, Т.А. (2014). Влияние скоростной структуры коры на результаты сейсмической томографии Украинского щита. *Геофизический журнал*, 36, 4, 95–117.

Birch, F. (1939). The variation of seismic velocities within a simplified earth model, in accordance with the theory of finite strain. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 29 (3), 463–479.

Birch, F. (1961). Composition of the Earth's Mantle. *Geophys. J.*, 4, 295–311

Birch, F. (1964). Density and composition of mantle and core. *J. Geophys. Res.*, 69, 4377–4388.

Fowler, C.M.R. (2004). The solid earth: an introduction to global geophysics. 2nd ed.p.cm.

Geyko, V.S. (2004). A general theory of the seismic travel-time tomography. *Геофизический журнал*, 26, 2, 3–32.

McQueen, R.G., Fritz, J.N., Marsh, S.P. (1964). On the composition of the Earth's interior. *J. Geophys. Res.*, 69(8), 2947–2965

Shumlianska, L.O., Dubovenko, Y.I., Pigulevskyy, P.H. (2020). 2.5 dimensional model of mantle heterogeneities under the Ukrainian shield according to the gradients of the velocities of seismic waves. *Journal of Geology Geography and Geoecology*, 29(2):431–441. DOI: 10.15421/112039

Simmons, G. (1964). Velocity of shear waves in rocks to 10 kilobars, part 1. *J. Geophys. Res.*, 69(6), 1123–1130.

Tooley, R.D., Spencer, T.W., Sagoci, H.F. (1965). Reflection and transmission of plane compressional waves. *Geophysics*, 30 (4), 552–570. doi:10.1190/1.1439622

References

Birch, F. (1939). The variation of seismic velocities within a simplified earth model, in accordance with the theory of finite strain. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 29 (3), 463–479.

Birch, F. (1961). Composition of the Earth's Mantle. *Geophys. J.*, 4, 295–311

Birch, F. (1964). Density and composition of mantle and core. *J. Geophys. Res.*, 69, 4377–4388.

Bullen, K.E. (1978). Density of the Earth. M.: Mir. [in Russian]

Fedotov, S.A. (1963). On the absorption of shear seismic waves in the upper mantle and the energy classification of nearby earthquakes with an intermediate source depth. *Izv. Academy of Sciences of the USSR. Ser. geophys.*, 6, 820–849. [in Russian]

Fowler, C.M.R. (2004). The solid earth: an introduction to global geophysics. 2nd ed.p.cm.

Geyko, V.S. (2004). A general theory of the seismic travel-time tomography. *Геофизический журнал*, 26, 2, 3–32.

Magnitsky, V.A. (1965). Internal structure and physics of the Earth. M. Nedra. [in Russian]

McQueen, R.G., Fritz J.N., Marsh S.P. (1964). On the composition of the Earth's interior. *J. Geophys. Res.*, 69(8), 2947–2965

Savarensky, E.F., Kirnos D.P. (1955). Elements of seismology and seismometry. M.: Gostekhizdat. [in Russian]

Shumlianska, L., Dubovenko Yu., Pigulevsky P. (2021). The possibility of creating a synthetic S -velocity model by recalculating the P -velocity model. *Visnyk of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Geology*, (95), 46–53. DOI: <http://doi.org/10.17721/1728-2713.95.06> [in Russian]

Shumlianska, L.A., Tripolsky A.A., Tsvetkova T.A. (2014). Influence of the velocity structure of the crust on the results of seismic tomography of the Ukrainian Shield. *Geophysical Journal*, 36, 4, 95–117. [in Russian]

Shumlianska, L.O., Dubovenko Y.I., Pigulevskyy P.H. (2020). 2.5 dimensional model of mantle heterogeneities under the Ukrainian shield according to the gradients of the velocities of seismic waves. *Journal of Geology Geography and Geoecology*, 29(2):431–441. DOI: 10.15421/112039

Simmons, G. (1964). Velocity of shear waves in rocks to 10 kilobars, part 1. *J. Geophys. Res.*, 69(6), 1123–1130.

Tarasov, V.N., Boyarkina I.V. (2014). Moment of inertia of the globe. *Omsk Scientific Bulletin*, 2 (130), 9–10. [in Russian]

Tooley, R.D., Spencer, T.W., Sagoci, H.F. (1965). Reflection and transmission of plane compressional waves. *Geophysics*, 30 (4), 552–570. doi:10.1190/1.1439622

Vikulin, A.V. (2004). Introduction to the physics of the Earth. Textbook for geophysical specialties of universities. Petropavlovsk-Kamchatsky: publishing house of the KGPU. [in Russian]

Vikulin, A.V. (2008). Physics of the Earth and Geodynamics. Textbook for geophysical specialties of universities. Petropavlovsk-Kamchatsky: Publishing house of KamSU im. Vitus Bering. [in Russian]

Zakharov, V.S., Smirnov V.B. (2016). Physics of the Earth. Moscow: Infra-M. [in Russian]

Zharov, V.N. (2013). Internal structure of the Earth and planets. Elementary introduction to planetary and satellite geophysics. Moscow: OOO "Science and Education". [in Russian]

Надійшла до редколегії 19.12.21

L. Shumlianska, PhD (Geol.), Senior Researcher,
E-mail: lashum@ukr.net;
P. Pigulevskiy, Dr. Sci. (Geol.), Senior Researcher;
Institute of geophysics of S.I. Subbotina name of NAS of Ukraine,
32 Palladina Ave., Kyiv, 03680, Ukraine

APPLICATION OF POLYNOMIAL CORRECTIONS TO CONSTRUCT AN OPTIMAL ONE-DIMENSIONAL DENSITY MODEL OF THE MANTLE

In this work, an optimal one-dimensional density model was obtained, corresponding to the velocity curve for one of the mantle domain under the Ukrainian shield.

When obtaining a one-dimensional density model, only the Earth's mass and seismic velocities are known physical parameters. The density is obtained by solving the Adams-Williamson equation, the use of which is possible under the assumption that the density is created only by the weight of the upper layers, with a homogeneous composition of the mantle. Some approximation to the real density distribution gives a seismic parameter that scales the obtained densities in accordance with the geometry of the seismic velocity distribution, while, as shown by our studies, the obtained density values are not absolute, but only an approximation corresponding to the equation is used.

In order to obtain a density distribution we transform the first approximation obtained from the Adams-Williamson equation. This paper shows several options for transformation; based on the arithmetic mean correction for 5 reference mantle models (PEMC, PEMA, PREM, AK135, IASP91); using control points representing seismic boundaries to determine the intervals for computation of density using the Adams-Williamson equation; when introducing corrections in the form of the difference between the polynomials for the theoretical density curve and that obtained by the Adams-Williamson equation for the IASP91 model. The density curve obtained by the last method is not distorted by the introduced density jumps from the IASP91 model, correspond to positions of seismic boundaries along the inflections of the P-velocity curve. The density curve obtained from the Adams-Williamson equation is transformed into a curve that is as close as possible to the geometry of the inherent curve seismic velocity of P and S waves.

In our opinion, the density curve obtained using the difference polynomial shows the most approximate solution to the optimal density model for a given seismic velocity distribution, in our case, for the mantle domain under the Ukrainian shield with center coordinates 28.25E 49N.

Keywords: density, mantle, Adams-Williamson equation, corrective polynomials.