

стадіях розробки, або при необхідності швидкої експертної оцінки підрахунку запасів родовища. Цей метод дозволяє також класифікувати запаси родовища за міжнародними стандартами, використовуючи функції розподілу ймовірності.

УДК 550:539.3

1. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Расчеты в условиях риска и неопределенности в нефтегазоносных технологиях. – Тюмень, 2004. 2. Гришин Ф.А. Оценка разведанных запасов нефти и газа. – М., 1969. 3. Жданов М.А. Нефтегазопромысловая геология и подсчет запасов нефти и газа. – М., 1981. 4. Жуков М.Н., Довженко К.Л. Моделирование распределений подсчетных параметров в задаче оценки запасов углеводородов методом выпадковых испытаний. – К., 2005. 5. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. – М., 1968.

Надійшла до редколегії 03.09.08

Б. Маслов, проф., Я. Ляшенко, доц., О. Максименко, здобувач

## ПРОГНОЗУВАННЯ ДОВГОТРИВАЛОЇ МІЦНОСТІ ГІРСЬКОГО МАСИВУ У ГЕОЛОГІЧНИХ СЕРЕДОВИЩАХ СКЛАДНОЇ СТРУКТУРИ

*Розглядається нелінійна модель багатоконпонентного геологічного середовища, поведінка якого є залежною від наявності тріщинуватості та флюїдонасиченості. Проведено геоінформаційний аналіз параметрів в'язкопружного поля біля концентраторів деформацій типу виробок метрополітену на відповідність прогнозованих результатів експериментальним даним. Визначено межу достовірності запропонованої моделі для опису поведінки середовища та типу неоднорідних концентраторів геодинамічних полів навантажень поля в залежності від заданого прийнятного рівня похибки та доступних статистично обґрунтованих даних геофізичних спостережень. Робота є продовженням досліджень авторів у напрямку створення достовірної модельної бази для комп'ютерного прогнозу еволюції геодинамічних полів у середовищах складної мікроструктури.*

*The nonlinear model of multi-component geological environment which depends on the presence of the cracks and fluid saturation is examined. On the example of numerical quantitative analysis of viscous and elastic field parameters near geometrical and material concentrators, like as underground metro passage, the statistical analysis of the forecast results' correspondence to experimental data has been done. Work is a continuation of author's research of creation the reliable model base for computer forecasting of evolution and geodynamic fields in the environments of difficult structure.*

**Геологічні співвідношення та постановка задачі про надійність потенційно небезпечних об'єктів (ПНО).**

Розглянемо модель деформування матеріалів з дефектами, гірських порід та вугілля із врахуванням фактору часу на основі співвідношень механіки повзучості. Включення елементів в'язкості в механічну модель матеріалу робить модельні співвідношення залежними від часу [6]

$$e(t) = \frac{1}{E} \left[ \sigma(t) + \int_0^t \sigma(\tau) J(t-\tau) d\tau \right] \quad (1)$$

Тут  $e(t)$  – тензор деформацій,  $\sigma(t)$  – тензор напружень,  $E$  – тензор пружності,  $J(t)$  – ядро повзучості геологічного середовища,  $t$  – час. В геодинамічних дослідженнях найчастіше застосовується ядро повзучості типу Работнова.

$$J_{\alpha}^R(-\beta; t-\tau) = (t-\tau)^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-\beta^n (t-\tau)^{n(1-\alpha)}}{\Gamma[(n+1)(1-\alpha)]}. \quad (2)$$

Напружений стан пружно-повзучого гірського масиву навколо горизонтальної виробки (тунелю) достатньо глибокого закладання можна моделювати напруженнями в неваговому плоскому полі, яке послаблене отвором аналогічної форми і яке знаходиться в плоскій деформації з граничними умовами на нескінченності.

$$\sigma_x^{(\infty)} = p, \quad \sigma_y^{(\infty)} = \lambda p, \quad \tau_{xy}^{(\infty)} = 0, \quad (3)$$

де навантаження  $p = -\gamma H$  залежить від густини геосередовища  $\gamma$  та глибини  $H$  тунелю. Параметр  $\lambda$  відбиває залежність  $\sigma_y$  від фізичних властивостей геосередовища, початок координат розміщено всередині отвору, вісь абсцис вертикальна.

Розглянуто процес пошкодження та руйнування в'язко-пластичних геологічних масивів під дією довготривалих та циклічних навантажень [6]. Для отримання рівнянь, які описували б розвиток макротріщини, необхідно розглянути процес розпушення та руйнування структурних елементів, які підпадають на напрямком зростання тріщини. На фронті тріщини втоми та на її продовженні відбувається процес накопичення мікропошкоджень втоми. Рівень пошкоджень для кожного

елементу визначається функцією  $D(t)$  [4], кінетика накопичення яких задається диференціальним рівнянням

$$\dot{D}(t) = f(D, \sigma), \quad (4)$$

де  $t$  – час дії геодинамічних впливів, змінна  $D$  змінюється у границях  $[0,1]$ , при цьому  $D=0$  відповідає початковому, непошкоджену матеріалу; а  $D=1$  описує стан порушення суцільності матеріалу, так званого розпушення, тобто фактично момент руйнування. При накопиченні мікропошкоджень спостерігається зниження значень пружних модулів. Розглянемо надалі залежність еквівалентних функцій релаксації та повзучості від параметру мікропошкодження геологічного матеріалу  $D$ . Це надає можливість визначити ступінь деградації модуля Юнга і модуля зсуву від параметру пошкодженості  $D$  та спрогнозувати їх зміну у часі. Враховуючи пошкодженість або ж розпушеність геологічної породи та використовуючи розрахунки еквівалентних в'язкопружних характеристик для тріщинуватого середовища, отримаємо прогнозовану залежність коефіцієнтів концентрації напружень біля контурів виробок у гірських породах та дослідимо їх еволюцію у часі внаслідок процесів повзучості. Це пов'язано із необхідністю підвищення якості проектування та гарантованої безпечної експлуатації сучасних техногенних ПНО, а отже створення нових геодинамічних моделей поведінки навколишнього середовища. Сучасні методи геофізичного моніторингу, що базуються на нових моделях поведінки геологічних багатоконпонентних середовищ [2], надають можливість проводити розрахунки безпеки об'єктів на основі складних чисельних схем, максимально наближених до реальних умов (рис. 1).

Перспективною є концепція оцінки безпеки техногенних об'єктів, що знаходяться під впливом геодинамічних полів, по критеріях оптимальності показників надійності. У зв'язку з цим, геологічне середовище розглядається як нелінійна багатоконпонентна тріщинувата геосистема із випадковими властивостями [4].

Стан системи, що складається у даному випадку із масиву в'язкопружної породи та техногенної неоднорідності, у кожний момент часу  $t$  задається вектором  $u(t)$  – елементом простору стану  $U$ . Зовнішні геофізичні впливи на об'єкт характеризуються векторним проце-

сом  $q(t)$ , що належить простору геодинамічних впливів  $Q$  та визначається внаслідок моніторингу системи [1]. Технічні умови та вимоги експлуатації складають систему обмежень на параметри стану. Сукупність параметрів стану з урахуванням цих обмежень створює вектор якості  $v(t)$  у просторі якості  $V$ .

Позначимо функції розподілу ймовірностей кожного з елементів системи  $F_{ui}(x)$ , щільності функцій розподілу  $p_{ui}(x)$ . Експлуатаційні характеристики задаються функцією стану  $G(x)$ . Ймовірність руйнування елементу задається виразом

$$F_G(0) = P(G(x) < 0) = \int_C p(x) dx, \quad (5)$$

де  $G = \{v \in R^n : G(x) < 0\}$  – простір подій, пов'язаних з небезпечними за визначенням критерієм станами. Отже надійність системи  $R$  визначається як ймовірність  $P(t)$  безвідмовної роботи та обчислюється як функціонал від випадкового процесу  $v(r)$ , що описує зміну параметрів системи у часі.

#### Ефективна енергія нестисливих в'язко-пружних геологічних структур.

В попередній роботі [5] було знайдено нові наближені значення для ефективної енергії нелінійних ізотропних струмопровідних дисперсійних геологічних структур. Має сенс розповсюдити зазначену методику на задачі моделювання ефективних пружно-в'язких властивостей нелінійних ізотропних неоднорідних геологічних структур. Визначення границь ефективних модулів розпочав Хілл, який запропонував середньоарифметичні і середньо-гармонійні границі для ефективних властивостей. Хашин та Штрікман знайшли кращі можливі нижню та верхню границі для ефективного зсувного і об'ємного модулів пружності, ґрунтуючись тільки на інформації про об'ємний вміст компонентів. Зв'язані об'ємно-зсувні границі було покращено в порівнянні з результатом Хашина-Штрікмана шляхом врахування взаємозалежності об'ємного та зсувного модулів. Застосовуючи інформацію про мікроструктуру вищого порядку, можна і надалі намагатися поліпшити границі, тим самим підвищуючи достовірність моделювання та надійність експлуатації об'єкту в цілому.

Визначення границь ефективних в'язкопружних властивостей нелінійних геологічних середовищ є складнішим завданням. Талбот і Біліс [8] запропонували узагальнення варіаційного методу Хашина-Штрікмана для дослідження нелінійних неоднорідних середовищ (комполітів). У їх роботі використовується новий метод розрахунку границь для ефективних властивостей нелінійних неоднорідних діелектриків і порівнюються результати з самоузгодженими оцінками. П. Кастанеда запропонував підхід, відповідно до якого наближені границі для ефективних властивостей нелінійних структур можна знайти в результаті введення структури лінійної, ідентичної за мікро-геометрією, але яка складається з лінійних, в сенсі фізичних властивостей, компонентів. Нові результати, що стосуються проблеми пошуку оптимальних границь фізичних властивостей неоднорідних структур, можна знайти у статті [8].

Новий підхід, запропонований в статті [5] для прогнозування нелінійної електропровідності, дозволяє його пряме узагальнення на випадок нелінійної пружної і в'язко-пружної поведінки геологічного масиву. Розглянемо ізотропну фізично нелінійну нестисливу геоструктуру. Додаткова пружна енергія  $U$  може бути представлена у вигляді

$$U(\sigma) = \psi(s), \quad (6)$$

де  $\sigma$  – тензор напруги,  $\psi(s)$  – скалярна функція скалярного аргументу, яка описує зсувну частину додаткової енергії. Тут

$$s = \left( \frac{3}{2} \sigma' \cdot \sigma' \right)^{1/2}, \quad \sigma' = \sigma - \sigma_m 1, \quad \sigma_m = \text{tr}(\sigma)/3 \quad (7)$$

є еквівалентним напруженням Мізеса. Розглянемо два типи визначальних потенціалів, що мають практичне значення в геодинаміці. Перший важливий в контексті застосування поширеного в геодинаміці т.з.  $J_2$  варіанту теорії пластичності, де

$$\psi(s) = \frac{1}{6\mu_0} s^2 + \frac{s_0 e_0}{n+1} \left( \frac{s}{s_0} \right)^{n+1} \quad (8)$$

Тут  $\mu_0$  – початковий пружний модуль зсуву,  $s_0$  – відлікове еквівалентне напруження,  $e_0$  – відлікова еквівалентна деформація,  $n$  – показник ступеня кривої зміцнення. Другий потенціал використовується в теорії повзучості геологічних структур [6] і має вигляд

$$\psi(s) = \frac{d_0 s_0}{n+1} \left( \frac{s}{s_0} \right)^{n+1}, \quad (9)$$

де  $s_0$  – відлікове еквівалентне напруження,  $d_0$  – відлікова швидкість еквівалентної деформації,  $n$  – показник ступеня кривої зміцнення.

Можна відзначити, що модель в'язкої рідини Ньютона отримується з (8) у разі  $n = 1$ , при цьому  $\mu = s_0/3$  означає в'язкість середовища. Для лінійних геоматеріалів зсувна частина енергії є квадратичною за напруженнями, тобто

$$\psi(s) = \frac{1}{6\mu_0} s^2, \quad (10)$$

при цьому зсувний модуль пружності  $\mu$  не залежить від рівня прикладених зовнішніх навантажень.

Для ізотропних багатокомпонентних геологічних середовищ [4] функція локальної щільності додаткової енергії  $U(x, s)$  має вигляд

$$U(x, s) = \sum_{r=1}^n \chi_r(x) \psi_r(s), \quad (11)$$

де  $\chi_r(x)$  – характеристичні функції відповідних областей  $\Omega_r$ , займаних  $r$  фазами,  $x$  – вектор місця даної точки простору  $\Omega$ . Тут ми припускаємо, що функції  $\chi_r(x)$  є неперервними та опуклими, тобто

$$\psi_r(s) \geq 0 \quad \forall s, \quad \psi(0) = 0, \quad r = \overline{1, n}. \quad (12)$$

В цьому випадку вираз для ефективної додаткової енергії можна записати у формі

$$\bar{U}(\bar{s}) = \inf < U(x, s) >, \quad \bar{s} = < s >, \quad (13)$$

де кутові дужки означають об'ємний інтеграл від величини в дужках по області усереднювання  $\Omega$  або комірці періодичності. І головна мета полягає в тому, щоб знайти можливо найбільш точні границі або наближення для ефективної додаткової енергії (13). Як наведено в роботі [8], функція ефективної додаткової енергії нелінійного нестисливого тіла відповідає нерівності

$$\bar{U}(\bar{s}) \geq \max_{[\mu_0]} \{ \bar{U}_0(\bar{s}) - \sum_{r=1}^n c_r v_r(\mu_r^0) \}, \quad \forall \mu_r^0 \quad (14)$$

де  $\bar{U}(\bar{s})$  – функція ефективної додаткової енергії лінійного нестисливого тіла з модулем зсуву  $\mu_r^0$ ,  $c_r$  об'ємні концентрації фаз, функції  $v_r(\mu_r^0)$  знаходяться в результаті оптимізації співвідношень

$$\nu_r(\mu_r^0) = \sup_{\{\bar{s}\}} \left\{ \frac{1}{6\mu_r^0} \bar{s}^2 - \psi_r(\bar{s}) \right\}, \quad \forall \bar{s}, \quad r = \overline{1, n} \quad (15)$$

Слід зазначити також, що з математичної точки зору задача про деформацію нестисливого геологічного середовища і задача електропровідності [5] є вельми схожими. Фізичними константами у разі деформації є зсувні податливості середовища, а у разі електричного поля – константа електропровідності. Амплітуда електричного поля відповідає величині еквівалентних напружень Мізеса [6]. Тому за аналогією із розглянутою раніше задачею електропровідності [5] ми виходимо з того, що лінійному нестисливому геологічному середовищу властива енергія вигляду

$$\tilde{U}_0(\bar{s}) = \frac{1}{2\mu_0^e} \bar{s}^2, \quad (16)$$

де для варіанту двохкомпонентного середовища

$$(\mu_0^e)^{-1} = (\mu_{r0})^{-1} > -c_m c_i \frac{(a_m - a_i)^2}{c_i a_m + c_m a_i + 2Y_0/3}, \quad a = 1/\mu. \quad (17)$$

Тут  $Y_0$  – є або константою, або ж функцією типу

$$Y_0 = \eta_i a_m + \eta_m a_i - c_m c_i \frac{(a_m - a_i)^2}{\eta_i a_m + \eta_m a_i + 3Z_0/2}, \quad (18)$$

$$\tilde{U}(\bar{s}) = \min_{\omega, \gamma} \left[ c_1 \psi_1 \left[ \bar{s} \sqrt{(1+c_i \omega)^2 + 2c_m \eta_1 \omega^2 (1+\eta_m \gamma^2)/3} \right] + c_m \psi_m \left[ \bar{s} \sqrt{(1+c_i \omega)^2 + 2c_i \eta \omega^2 (1-\eta_1 \gamma^2)/3 + Bc_2 \eta_m \eta_1 \omega^2 \gamma^2} \right] \right] \quad (20)$$

Тут необхідно виконати процедуру оптимізації відносно двох параметрів  $\omega \in (-\infty, +\infty)$  та  $\gamma \in (-\infty, +\infty)$ .

Якщо нелінійна функція додаткової енергії відносно проста, то процедуру оптимізації можна виконати аналітично. У загальному випадку необхідно використовувати чисельні методи оптимізації.

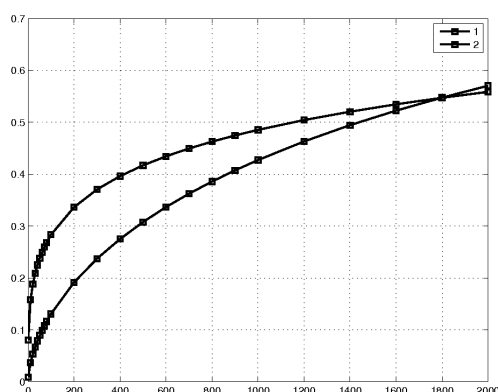


Рис. 1. Криві повзучості та зміна масштабних модулів повзучості геосередовища для двох варіантів флюїдонасиченості

### Нестисливі включення рідини.

Розглянемо випадок, коли неоднорідності геосередовища обумовлені наявністю включень нестисливої рідкої фази, тобто потенціал має вигляд

$$\psi_i(s) = \begin{cases} 0, & s=0 \\ \infty, & s \neq 0 \end{cases} \quad (21)$$

У цьому важливому практично випадку права частина рівняння (20) набуває мінімального значення, якщо аргумент функції є рівним нулю, а саме

$$\bar{s} \sqrt{(1+c_i \omega)^2 + 2c_m \eta_2 \omega^2 (1+\eta_m \gamma^2)/3} = 0 \quad (22)$$

Тут  $X^a$  – реалізація випадкового поля, що описує взаємне розташування неоднородностей, в якому точка

причому  $\eta_m = (1-\eta_i) \in [0,1]$  є деяким фіксованим параметром, а  $Z_0$  вводиться як ще одна стала. У формулах (17), (18) індекс  $m$  стосується утворюючого скелету геоструктури (матриці), індекс  $i$  – наповнювача (включення). Як і у випадку електропровідності [5], з виразу (13) можна отримати декілька відомих границь для ефективних властивостей лінійних нестисливих геологічних середовищ. Зокрема, границі Хашина-Штрікмана для зсувного модуля пружності отримуємо з (13) при  $Y_0 = a_m$ , а також  $\eta_m = 1$  в рівняннях (16). Апроксимація Торкуато впливає з (18) при виборі параметра  $Z_0$  у вигляді

$$Z_0 = a_m \frac{2-3\eta_i}{3(3-2\eta_i)} \quad (19)$$

Інша перевага лінійного матеріалу порівняння з ефективними властивостями (16) полягає в тому, що в цьому випадку межі (17) можуть бути значно спрощені, якщо скористатися процедурою, розробленою в [3, 4, 7]. Тоді для ефективної пружної енергії нелінійної ізоτροпної геосередовища отримуємо

Цим визначаються оптимальні значення параметрів  $\omega = -1/c_m$ ;  $\gamma = -1/\eta_m$ .

Тоді енергія неоднорідного геосередовища має наближене значення

$$\tilde{U}(\bar{s}) = c_m \psi_m(\bar{s} \sqrt{\alpha_L}), \quad (24)$$

де параметр  $\alpha_L$  задається виразом

$$\alpha_L = \frac{\eta_m + 2c_i/3 + Bc_i \eta_1}{\eta_m c_m^2}. \quad (25)$$

Зокрема, якщо скелет геоструктури (матриця за термінологією композитних середовищ) має функцію енергії у вигляді (19), то її ефективна енергія відповідно до (25) може бути представлена виразом

$$\tilde{U}(\bar{s}) = \frac{c_m a_L}{6\mu_m} \bar{s}^2 + c_m \frac{s_0 e_0}{n+1} \left( \frac{\bar{s} \sqrt{\alpha_L}}{s_0} \right)^{n+1}. \quad (26)$$

### Концентрація напруги на границі геологічного середовища з елементами тунелів.

Елементи будівельних конструкцій транспортного призначення вимагають особливо уважного ставлення до проблеми їхньої безпеки впродовж всього періоду експлуатації. Одним з варіантів розв'язання цієї проблеми є вивчення локальних особливостей напружено-деформованого стану в околиці виробки в нелінійному пружно-в'язкому гірському масиві [7].

Будемо вважати, що виробка має форму кругового циліндру, що дозволяє використовувати результати теорії Ешелбі [4]. Радіус циліндрового вироблення позначимо  $a$ . Використовуємо надалі процедуру умовного статистичного усереднювання із залученням гіпотези еквівалентного поля деформацій [7], в якому розташована виробка, що розглядається в даному випадку як неоднорідність в еквівалентному геологічному середовищі

$$\langle e(x) | X^a \rangle - \sum_{b=1}^n \Gamma(x-y)^* \langle \tau(y) + t(y) | X^a, X^b \rangle = 0. \quad (27)$$

$x$  є центром спостереження,  $X^b$  – всі можливі реалізації випадкового поля. Еквівалентне поле деформацій

$\bar{e}^b(y | X^a X^b)$  являє собою деформований стан в точці  $x$  при реалізації випадкового розташування неоднорідностей  $X^a \cap X^b$ . Відповідно до теореми Ешелбі існують сталі тензори четвертого  $B^i$  і другого  $C^i$  рангів такі, що

$$\sigma^i(x) = B^i \bar{\sigma}^i(x) + C^i(x) \quad (28)$$

Тут

$$B^i = (1 - p^i M)^{-1}, \quad C^i = -(m + Q_i^{-1})^{-1} h_i^i$$

$$p^i = -E(1 + g * E). \quad (29)$$

Тензори  $p^i$  виражаються через добре відомий [2] тензор Ешелбі  $S$ , який визначає актуальні, дійсні "стиснені" деформації включення  $e^c$  через "вільні від напружень" деформації трансформації  $e^T$  включення [4] до поєднання його форми з формою області виробки  $\Omega_l$ , а саме

$$E_{ijkl} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \eta_{jl} + \delta_{jk} \eta_{il} + \delta_{il} \eta_{jk} + \delta_{jl} \eta_{ik}) - \eta_{ijkl},$$

$$F_{ijkl} = \frac{1}{2} (\xi_{ik} \xi_{jl} + \xi_{jk} \xi_{il}) \eta_{ij} \eta_{kl}, \quad \eta_{ijkl} = \eta_{ij} \eta_{kl}; \quad \xi_{ij} = \delta_{ij} - \eta_{ij}, \quad (33)$$

тут  $\delta_{ij}$  – дельта Кронекера. Сума тензорів  $E(n)$  і  $F(n)$  являє собою одиничний симетричний тензор

$$E(n) + F(n) = I$$

За допомогою цих тензорів напруження  $\sigma$  та деформації  $e$  на поверхні  $S$  можна розкласти на нормальні  $\sigma^E, e^E$  та тангенціальні  $\sigma^F, e^F$  складові

$$\sigma_{ij}^E = E_{ijkl} \sigma_{kl}; \quad \sigma_{ij}^F = F_{ijkl} \sigma_{kl}, \quad (34)$$

$$e_{ij}^E = E_{ijkl} e_{kl}; \quad e_{ij}^F = F_{ijkl} e_{kl},$$

тоді на границі розділення включення – матриця виконуються очевидні умови

$$E(\sigma^i - \sigma^m) = 0; \quad F(e^i - e^m) = 0.$$

Тут під добутком тензорів розуміється їхнє згортання за парою індексів. Верхній індекс означає належність компоненту, при цьому для певності будемо вважати, що індекс  $i$  відповідає включенню (виробці),  $m$  – скелету геосередовища. Використовуючи вирази напруження та деформації на зовнішній стороні поверхні (тобто на контурі виробки), знаходимо їх із співвідношень

$$\sigma^m = L^m (e^{Fi} + e^{Em}), \quad e^m = M^m (\sigma^{Ei} + \sigma^{Fm}), \quad (35)$$

де  $L^m$  – тензор пружних модулів;  $M^m$  – тензор пружних податливостей скелету геологічного середовища. В результаті дій на рівняння (35) операторами  $E, F$  отримуємо

$$\sigma^{Ei} = EL^m (e^{Fi} + e^{Em}), \quad e^{Fi} = FM^m (\sigma^{Ei} + \sigma^{Fm}), \quad (36)$$

з цього після розділення напруг та деформацій матриці та включень випливає

$$e^m = A(n) (\sigma^i - L^m e^{Fi}), \quad \sigma^m = B(n) (e^i - M^m \sigma^{Ei}). \quad (37)$$

$$\text{Тут } A(n) = (EL^m E)^{-1} E, \quad B(n) = (FM^m F)^{-1} F. \quad (38)$$

Перегрупувавши члени в рівняннях (37) та взявши до уваги структуру операторів, визначимо величину стрибків напружень та деформацій на поверхні

$$e^m - e^i = A(\sigma^i - L^m e^i); \quad \sigma^m - \sigma^i = B(e^i - M^m \sigma^i). \quad (39)$$

Таким чином, формулами (39) напружено-деформований стан на зовнішній поверхні  $S_+$  (в ске-

$$S = 1 + G_p, \quad G = E^{-1}, \quad S = -gE. \quad (30)$$

Якщо  $\sigma^0$  – задане на віддаленій границі  $\partial\Omega$  напруження, то використовуючи введений в [7] тензор  $Q$ , деформації включення  $e^l$  будуть пов'язані з  $\sigma^0$  співвідношенням

$$\sigma^0 = Q e_0^l \quad (31)$$

При цьому

$$Q = E(1 + gE). \quad (32)$$

Розглянемо поверхню  $S$ , що розділяє області, зайняті одним з конструктивних підкріплюючих елементів тунелю і геосередовищем. Нехай  $P(S)$  – довільна точка цієї поверхні, в якій заданий вектор зовнішньої одиничної нормалі  $n$ . Використовуємо надалі тензори на поверхні  $E(n)$  і  $F(n)$ , що визначені в точці співвідношеннями

леті-матриці) повністю визначено через напруження та деформації на її внутрішній поверхні  $S_-$  (у включеннях) за допомогою операторів  $A(n), B(n)$ . Співвідношення (39) мають буди еквівалентними при додатковій та природній умові  $M = L^{-1}$  б тому оператори  $A$  та  $B$  пов'язані рівностями

$$L^m A + B M^m = A L^m + M^m B = I. \quad (40)$$

У випадку, якщо геологічне середовище є ізотропним, то вирази помітно спрощуються та можуть бути представлені у вигляді

$$A_{ijkl} = (2G_m)^{-1} \left( E_{ijkl} - \frac{\nu_m}{1 - \nu_m} \eta_i \eta_j \eta_k \eta_l \right);$$

$$B_{ijkl} = 2G_m \left( F_{ijkl} - \frac{\nu_m}{1 - \nu_m} \xi_{ij} \xi_{kl} \right), \quad (41)$$

де  $G_m, \nu_m$  – модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона геосередовища.

Як приклад розглянуто зону технологічного підкріплення тунелів метрополітену: однорідний масив, що включає стохастично розташовані включення рідкої фази. Прогнозовані параметри еволюції напруженого стану навколо тунелю знаходяться у 10 % довірчому інтервалі та відповідають експериментальним спостереженням, проведеним на різних ділянках метро в м. Києві.

1. Вижева С.А. Геофізичний моніторинг ПНО. – К., 2005.
2. Вижева С.А., Маслов Б.П., Продайвода Г.Т. Эффективные упругие свойства нелинейных многоканальных геологических сред // Геофиз. журнал. – 2005. – №6, 27. – С.86-96.
3. Маслов Б.П. Концентрация напряжений возле включений в упруго-вязком материале при двумерном статическом нагружении // Вісник Дон. ун-ту. Природні науки. – 2006. – №1. – С.102-105.
4. Маслов Б.П., Продайвода Г.Т., Вижева С.А. Новый метод математического моделирования процессов разрушения в литосфере // Геоинформатика. – 2006. – 4, №3. – С.53-61.
5. Маслов Б.П., Продайвода Г.Т., Рева М.В. Идентификация та оцінка достовірності визначальних параметрів електромагнітного поля у геологічних середовищах складної структури // Вісник Київського університету. Геологія. – 2008. – №3.
6. Теркот Д., Шуберт Дж. Геологические приложения физики сплошных сред. – М., 1985.
7. Maslov B.P. Thermal-stress concentration near inclusions in viscoelastic random composites // Journal of Engineering Mathematics. – 2008. – 61. P.339-355.
8. Talbot D.R.S., Willis J.R. Bounds for the effective constitutive relation of a nonlinear composite // Proc. R. Soc. Lond. – 2004. – P. 2705-2723.

Надійшла до редколегії 07.10.08