

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛІВ ПІДРАХУНКОВИХ ПАРАМЕТРІВ В ЗАДАЧІ ОЦІНКИ ЗАПАСІВ ВУГЛЕВОДНІВ МЕТОДОМ ВИПАДКОВИХ ВИПРОБУВАНЬ

Описано метод генерації вибіркового розподілу параметра, що не залежить від припущень про закон розподілу, прийнятий також при невеликих обсягах вибірок в задачі оцінки запасів покладів. Розглянуто випадок генерації розподілу параметра на основі експертних оцінок. Даний метод застосовується для підрахунку запасів вуглеводнів методом моделювання випадкових випробувань з представленням достовірності оцінки.

The method of generation of elective allocation argument not depending from the assumptions of a distribution law is introduced. This method is applicable also at small bulks samples in a task of calculation of hydrocarbons reserves. Is reviewed happen of generation of allocation of argument on the basis of expert rates. The method is intended for the account of the hydrocarbons reserves by a method of casual trials simulation with the indication of the estimation veracity.

Класичний підхід для підрахунку запасів базується на використанні детермінованих величин підрахункових параметрів. Цей підхід не дозволяє об'єктивно оцінити точність визначення запасів залежно від заданого рівня ризику.

Моделювання запасів родовищ нафти і газу методом Монте-Карло дозволяє не тільки оцінювати величини підрахункових параметрів, а й їхні розподіли, зокрема, функцію розподілу. Це дає змогу надавати не тільки найбільш імовірну оцінку запасів, але й інтервальні оцінки залежно від заданого рівня ризику.

Можна виділити два підходи для оцінки генеруючої функції:

- параметричний, який базується на певній гіпотезі про закон розподілу;
- непараметричний, який не використовує подібну гіпотезу, а виходить безпосередньо з вибірки спостережень.

В разі прийняття гіпотези про нормальний розподіл такої функцією буде функція, обернена до інтегралу Лапласа $\Phi^{-1}(x)$

Наближення для оберненої функції $\Phi^{-1}(x)$ має вигляд:

$$\Phi^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{-0,5\pi \ln(1-(2x-1)^2)}, & \text{якщо } x \geq 0,5, \\ -\sqrt{-0,5\pi \ln(1-(2x-1)^2)}, & \text{якщо } x < 0,5. \end{cases} \quad (1)$$

Розбіжність з точним значенням у діапазоні $-2 \dots 2$ не більше 0,06.

Проте найкращу якість за точністю та оперативністю показує генерація нормального розподілу у вигляді:

$$Y = \sqrt{-2 \ln(r_1)} \cdot \sin(2\pi r_2) \cdot \sigma + m, \quad (2)$$

де r_1 та r_2 – два випадкових значення, послідовно згенерованих емулятором рівномірного розподілу на $[0;1]$.

Якщо прийнято гіпотезу про логнормальний закон, то

$$F^{-1}(x) = e^{\ln \bar{h} + \delta_h \cdot \Phi^{-1}(x)}, \quad (3)$$

$$\text{де } \ln \bar{h} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln h_i, \quad \delta_h = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\ln h_i - \ln \bar{h})^2}.$$

В разі використання експертних оцінок параметрів нафто-газонасиченості як правило вживається трикутний розподіл. Щільність цього розподілу зосереджена на інтервалі $[F_{\min}, F_{\max}]$, вказаному експертом для можливих значень параметра, та має максимум в точці F , запропонованої експертом в якості найбільш імовірної оцінки цього параметра.

Вираз щільності трикутного розподілу має вигляд:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x < F_{\min}, \\ \frac{W(x-F_{\min})}{F-F_{\min}}, & \text{якщо } F_{\min} \leq x < F, \\ \frac{W(x-F_{\max})}{F-F_{\max}}, & \text{якщо } F < x \leq F_{\max}, \\ 0, & \text{якщо } x > F_{\max}. \end{cases} \quad (4)$$

Функція розподілу –

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x < F_{\min}, \\ \frac{W(x-F_{\min})^2}{2(F-F_{\min})}, & \text{якщо } F_{\min} \leq x < F, \\ \frac{W(F_{\max}-F_{\min})}{2} + \frac{W(x-F_{\max})^2}{2(F-F_{\max})}, & \text{якщо } F < x \leq F_{\max}, \\ 1, & \text{якщо } x > F_{\max}. \end{cases} \quad (5)$$

Після перетворень одержимо:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x < F_{\min}, \\ \frac{(x-F_{\min})^2}{(F_{\max}-F_{\min})(F-F_{\min})}, & \text{якщо } F_{\min} \leq x < F, \\ 1 - \frac{(x-F_{\max})^2}{(F_{\max}-F_{\min})(F_{\max}-F)}, & \text{якщо } F < x \leq F_{\max}, \\ 1, & \text{якщо } x > F_{\max}. \end{cases} \quad (6)$$

Графік цієї функції складається з двох парабол, з'єднаних у точці $(F, (F-F_{\min})/(F_{\max}-F_{\min}))$ з умовою додержання гладкості по першій похідній.

Обернена функція до функції розподілу обчислюється у вигляді:

$$F_F^{-1}(x) = \begin{cases} F_{\min} + \sqrt{x(F-F_{\min})(F_{\max}-F_{\min})}, & \text{якщо } 0 \leq x < \frac{F-F_{\min}}{F_{\max}-F_{\min}}, \\ F_{\max} - \sqrt{(1-x)(F_{\max}-F)(F_{\max}-F_{\min})}, & \text{якщо } \frac{F-F_{\max}}{F_{\max}-F_{\min}} \leq x < 1. \end{cases} \quad (7)$$

Генератор розподілу оцінки експертного параметра має вигляд:

$$F_{\text{ген}} = F^{-1}(Rnd), \quad (8)$$

де Rnd – генератор випадкового числа, рівномірно розподіленого в інтервалі $[0;1]$.

Експертними параметрами, які моделюються за цим генератором, можуть бути площа покладу або його частини; коефіцієнта нафтовіддачі та ін.

На той випадок, коли параметричний підхід неможливий або небажаний через неможливість оцінити відхилення від вжитої моделі, пропонується генерувати вибіркового розподілу. Цей метод вільний від припущень про закон розподілу і значною мірою – від традиційних вимог репрезентативності вибірки, які на практиці бувають обтяжливими. Вибіркова функція розподілу має вигляд:

$$F_{\text{вб}}(x) = \frac{N(x)}{N}, \quad (9)$$

де $N(x)$ – кількість тих спостережень серед $h_1, h_2, \dots, h_N$, які менші від x . Для генерації випадкового випробування потріб-

на функція, обернена до функції розподілу. Проте, обернена функція до вибіркової функції розподілу не існує (рис.1).

Тому пропонується взяти апроксимацію, побудовану за такою схемою. Упорядкуємо значення $h_1, h_2, \dots, h_N$ за зростанням: $h_1 \leq h_2 \leq \dots \leq h_N$. Якщо зустрінеться серія однакових значень у цій послідовності, то лишимо в ній одне значення. Позначимо одержану послідовність $H_1, H_2, \dots, H_K$: $H_1 < H_2 < \dots < H_K$ (K – кількість цих значень). Позначимо $Y_i = 0,5(F_{\text{вуб}}(H_i) + F_{\text{вуб}}(H_{i+1}))$ ($i=1, 2, \dots, K-1$); $Y_K = 0,5(F_{\text{вуб}}(H_K) + 1)$. Виконаємо лінійну апроксимацію на кожному з проміжків (H_i, H_{i+1}) ($i=1, 2, \dots, K-1$). У області $x < H_1$ апроксимація виконується шляхом продовження наближення, одержаного у інтервалі $(H_1, H_2]$ ліворуч від нього до такого значення x , при якому це наближення досягає нуля.

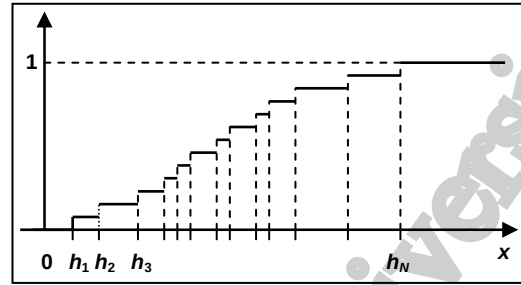


Рис. 1. Вибіркова функція розподілу

Аналогічно виконується продовження лінійного наближення праворуч інтервалу $(H_{K-1}, H_K]$.

Формула для обчислення кусочно-лінійної апроксимації $F_{\text{лін}}(x)$:

$$F_{\text{лін}}(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x < H_1 - Y_1 \frac{H_2 - H_1}{Y_2 - Y_1}; \\ \frac{Y_2 - Y_1}{H_2 - H_1} (x - H_1) + Y_1, & \text{якщо } H_1 - Y_1 \frac{H_2 - H_1}{Y_2 - Y_1} \leq x < H_2; \\ \frac{Y_{i+1} - Y_i}{H_{i+1} - H_i} (x - H_i) + Y_i, & \text{якщо } H_i \leq x < H_{i+1}, \quad (i=1, 2, \dots, K-1); \\ \frac{Y_K - Y_{K-1}}{H_K - H_{K-1}} (x - H_{K-1}) + Y_{K-1}, & \text{якщо } H_{K-1} \leq x \leq H_{K-1} + \frac{(1 - Y_{K-1})(H_K - H_{K-1})}{Y_K - Y_{K-1}}; \\ 1, & \text{якщо } x > H_{K-1} + \frac{(1 - Y_{K-1})(H_K - H_{K-1})}{Y_K - Y_{K-1}}. \end{cases} \quad (10)$$

Наведена функція має обернену, задану на $[0;1]$:

$$F_{\text{лін}}^{-1}(x) = \begin{cases} H_1 + \frac{(x - Y_1)(H_2 - H_1)}{Y_2 - Y_1}, & \text{якщо } 0 \leq x < Y_1; \\ \frac{(x - Y_i)(H_{i+1} - H_i)}{Y_{i+1} - Y_i} + H_i, & \text{якщо } Y_i \leq x < Y_{i+1}, \quad (i=1, 2, \dots, K-1); \\ \frac{(x - Y_{K-1})(H_K - H_{K-1})}{Y_K - Y_{K-1}} + H_{K-1}, & \text{якщо } Y_{K-1} \leq x \leq 1. \end{cases} \quad (11)$$

Якщо величина має природні обмеження $[A_{kr}, B_{kr}]$ – наприклад, коефіцієнти в межах $[0;1]$, то наведена формула уточнюється на краях відрізка $[0;1]$ таким чином:

$$F_{\text{лін}}^{-1}(x) = \begin{cases} H_1 + \frac{(x - Y_1)(H_2 - H_1)}{Y_2 - Y_1}, & \text{якщо } 0 \leq x < Y_1 \text{ та } H_1 - \frac{Y_1(H_2 - H_1)}{Y_2 - Y_1} \geq A_{kr}; \\ H_1 + \frac{(A_{kr} - H_1)(Y_1 - x)}{Y_1}, & \text{якщо } 0 \leq x < Y_1 \text{ та } H_1 - \frac{Y_1(H_2 - H_1)}{Y_2 - Y_1} < A_{kr}; \\ \frac{(x - Y_{K-1})(H_K - H_{K-1})}{Y_K - Y_{K-1}} + H_{K-1}, & \text{якщо } Y_{K-1} \leq x \leq 1 \text{ та } \frac{(1 - Y_{K-1})(H_K - H_{K-1})}{Y_K - Y_{K-1}} + H_{K-1} \leq B_{kr}; \\ \frac{(B_{kr} - H_K)(x - Y_K)}{1 - Y_K} + H_K, & \text{якщо } Y_{K-1} \leq x \leq 1 \text{ та } \frac{(1 - Y_{K-1})(H_K - H_{K-1})}{Y_K - Y_{K-1}} + H_{K-1} > B_{kr}. \end{cases} \quad (12)$$

Одержані подібним чином наближення до функцій, обернених до функцій розподілу параметрів – нафтонасиченості h , величин коефіцієнта відкритої пористості k_n , коефіцієнта нафтонасиченості k_{nh} ; густини нафти у пластових умовах $\rho_{пл}$ позначимо відповідно $F_h^{-1}(x)$, $F_{k_n}^{-1}(x)$, $F_{k_{nh}}^{-1}(x)$, $F_{\rho}^{-1}(x)$. генерація випадкових випробувань таких параметрів виконується за формулою:

$$h_{\text{ген}} = F_h^{-1}(Rnd), \quad (13)$$

де Rnd – генератор випадкового числа, рівномірно розподіленого в інтервалі $[0;1]$. Генерація випадкових випробувань для середнього арифметичного значення параметра за формулою:

$$\bar{h}_{\text{ген}} = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} h_{\text{ген}}^{(i)}, \quad (14)$$

де $h_{\text{ген}}^{(i)}$ – результат i -ї генерації ($i=1, 2, \dots, n_h$). Параметри, які вживаються для розрахунку оцінки запасів, генеруються таку кількість разів $N_{\text{ген}}$, яка забезпечує необхідну точність оцінки функції розподілу запасів.

Жданов М. А., Гординский Е. В., Ованесов М. Г. Основы промышленной геофизики. – М.: Недра, 1975. – 295 с. 2. Жуков Н.Н. Вероятностно-статистические методы анализа геолого-геофизической информации. – К.: Вища школа, 1975. – 303 с. 3. Жуков М.Н. Статистический анализ геологических данных. – Киев, 1995. – 551 с. 4. Жуков М.Н., Кравченко І.В., Косаченко В.Д., Довженко К.Л. Підрахунок запасів вуглеводнів Андріяшівського родовища методом випадкових випробувань. // Геоінформатика. – 2004. – №3. – С. 86-88с.