

УДК 550.831

П. Міненко, д-р фіз.-мат. наук
Криворізький педагогічний інститут
Державного вищого навчального закладу "Криворізький національний університет", Кривий Ріг

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ СТІЙКИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ГРАВІМЕТРІЇ ТА МАГНІТОМЕТРІЇ З УТОЧНЕННЯМ ІТЕРАЦІЙНИХ ПОПРАВОК

(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром фіз.-мат. наук, І.М. Корчагіним)

Виконано розробку теорії ітераційного методу для розв'язку оберненої задачі гравіметрії й магнітометрії та на базі неї уточнено структуру формули ітераційної поправки до фізичного параметра, яка оптимізується разом з ітераційним коефіцієнтом. При цьому враховано нев'язки поля на двох суміжних ітераціях, що забезпечує більш ефективне диференціювання або загальне подавлення різних класів похибок виміру поля та введення в нього різних поправок. Отримана більш точна формула для врахування в ітераційній поправці оберненої матриці. Методи оптимізації з новою ітераційною поправкою до фізичного параметра дають більш об'єктивне відновлення поля, яке проявляється у вигляді більш пологих прогинів і зламів ізоліній на картах та розрізах аномальної щільності й інтенсивності намагнічування гірських порід і набагато меншою кількістю дрібних замкнутих контурів, що свідчить про більш якісну інтерпретацію поля або його трансформант.

Постановка проблеми. Останнім часом для стійкого розв'язку обернених задач (ОЗ) гравіметрії та магнітометрії використовували ітераційний метод з критерієм безумовної оптимізації функціоналу у вигляді мінімуму суми квадратів нев'язок поля чи поправок до фізичного параметру, який є статистичним, як аналог методу найменших квадратів. Але завдяки тому, що для ітераційної формули з ітераційним оптимізуючим коефіцієнтом була знайдена доволі надійна ітераційна поправка до фізичного параметра [3], подальші зусилля майже всіх дослідників зосередилися на пошуку кращих функціоналів та критеріїв їхньої умовної чи безумовної оптимізації [1,2,4]. В той же час удосконаленням ітераційних поправок майже ніхто не займався, а теоретичні основи їхньої побудови геофізиками взагалі не розглядалися. Це призвело до такого стану, що ітераційні методи розвивалися, а проблеми з виходом на кінцевий розв'язок ОЗ у сильно аномальних зонах та в шарах блоків в великих глибинах залишалися нерозв'язаними.

Аналіз останніх досліджень. В [2] запропоновані нові критерії оптимізації розв'язків ОЗ, які забезпечують пошук максимальних стрибків фізичного параметру на границях геологічних шарів або повністю відокремлюють похибку виміру поля від корисного сигналу [1,4]. Але при цьому корисний сигнал неповністю відновлювався значеннями фізичного параметра, хоча розв'язок ОЗ вже вийшов на стаціонарні показники нев'язок поля та нульові поправки до фізичного параметра. Можливо, що це пов'язано з недостатньою якістю ітераційної поправки чи ітераційної формули.

Виділення не вирішених раніше частин проблеми. До цього часу не було виконано теоретичної розробки ітераційного методу для специфічних умов розв'язку обернених задач геофізики при наявності похибок різної природи та різного розподілу в просторах середовища та фізичного параметра.

Формулювання цілей роботи. Виконати розробку теорії ітераційного методу для розв'язку ОЗ та на базі

нього уточнити структуру формули ітераційної поправки до фізичного параметра.

Виклад основного матеріалу. Запишемо ітераційну формулу для фізичного параметра

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{r,n+1} B_{i,n}; \quad (1)$$

де $\sigma_{i,n}$ та $\sigma_{i,n+1}$ – значення щільності гірських порід в кожному i -му блоці вибраної моделі на n -й та $n+1$ -й ітераціях; $\tau_{r,n+1}$ – ітераційний оптимізуючий коефіцієнт (ІОК) для $n+1$ -ї ітерації; $B_{i,n}$ – ітераційна поправка (ІП) до $\sigma_{i,n}$ на $n+1$ -ї ітерації;

Запишемо формулу нев'язки $r_{j,n}$ для кожної j -ої точки поля g_j на n -й ітерації

$$r_{j,n} = (\sigma_{i,n}, a_{ij}) - g_j; \quad (2)$$

де a_{ij} ($i=1, M; j=1, N$) – матриця A розв'язків прямої задачі гравіметрії;

Тоді ітераційна формула по нев'язці $r_{j,n+1}$ поля g_j на наступній $n+1$ -й ітерації має вигляд

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{r,n+1} Z_{j,n}; \quad (3)$$

де $Z_{j,n} = (B_{i,n}, a_{ij})$ – поправка до нев'язки поля на наступній $n+1$ -й ітерації.

Відомий критерій БО для розв'язку лінійної ОЗГ по нев'язці $r_{j,n+1}$ поля g_j на наступній $n+1$ -й ітерації по обчислених на n -й ітерації значеннях аномальної щільності $\sigma_{i,n}$ гірських порід в кожному i -му блоці вибраної моделі має вигляд:

$$F_r = (r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = \min(\tau); \quad (4)$$

Якщо ітераційна поправка вже вибрана, то оптимізація виразу (4) по нев'язці поля на n -й ітерації дає для наступної $n+1$ -ї ітерації такий результат

$$\tau_{r,n+1} = (r_{j,n}, Z_{j,n}) / (Z_{j,n}, Z_{j,n}); \quad (5)$$

У відомих методах із [1,2] була використана ітераційна поправка із [3]

$$B_{i,n} = B_{i,n,0} = (r_{j,n}, a_{ij} / \lambda_j \lambda_i); \quad (6)$$

де $\lambda_i = (a_{ji}, 1)_j$; $\lambda_j = (a_{ji}, 1)_i$;

Оскільки вона нас не влаштовує, то повернемося до формули (3) і помножимо її на транспоновану матрицю A' : $A' r_{j,n+1} = A' r_{j,n} - \tau_{r,n+1} A' B_{i,n}$; (7)

Із (7) отримаємо точну формулу для ітераційної поправки

$$B_{i,n} = (A'A)^{-1} A' (r_{j,n} - r_{j,n+1}) / \tau_{r,n+1}; \quad (8)$$

де $\tau_{r,n+1}$ – стала величина для всіх $B_{i,n}$ на одній ітерації.

Таким чином, наближена поправка за формулою (6) відрізняється від точної поправки (8) тим, що для неї нев'язка поля на наступній ітерації повинна бути повністю скомпенсована, тобто $r_{j,n+1} = 0$;

Але в гравіметрії, а також і в магнітометрії, в нев'язку $r_{j,n+1}$, крім нев'язки обчислень за ітераційним методом через неповне відновлення поля фізичним параметром, входять також похибки виміру поля, похибки за введення поправок та похибки модельної апроксимації геологічних аномальних тіл. Ці похибки в процесі розв'язку ОЗ перетворюються в добавки до фізичних параметрів, збільшують похибку інтерпретації поля та кількість ітерацій, а може й приводять до повторення

обчислень через одну ітерацію до нескінченності. В такому випадку доцільно ввести обмеження

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} / k_{j,n};$$

де $k_{j,n} > 1$, але може бути сталою величиною для всіх j та n , наприклад, рівною 2 чи 3.

Тоді формули (8) та (6) будуть мати вигляд:

$$\tau_{r,n+1} B_{i,n} = (A'A)^{-1} A' r_{j,n} (1 - 1/k_{j,n}); \quad (9)$$

$$B_{i,n,1} = (r_{j,n}, a_{ij} / \lambda_j \lambda_i (1 - 1/k_{j,n})); \quad (10)$$

Наприклад, при $k_{j,n} \equiv 2$: $B_{i,n,1} = (r_{j,n}, a_{ij} / \lambda_j \lambda_i / 2)$;

Така зміна ітераційної поправки приводить до суттєвої зміни розв'язку ОЗ.

В формулі (8) є ще одна суттєва деталь – наявність оберненої матриці $(A'A)^{-1}$, але ця матриця може бути виражена її розкладом через власні числа

$$(A'A)^{-1} = 1 / (a_{ij}, \lambda_j); \quad (11)$$

Враховуючи (11), запишемо (9) без ітераційного коефіцієнта, оскільки він підлягає оптимізації,

$$B_{i,n} = (a_{ij}, r_{j,n} (1 - 1/k_{j,n})) / (a_{ij}, \lambda_j); \quad (12)$$

Поправки (12) та (10) при $k_{j,n} \equiv 2$ дають майже однакові розв'язки ОЗ, як в гравіметрії, так і в магнітометрії, але вони помітно відрізняються від розв'язків з поправкою (6), особливо на ділянках з високими аномальними значеннями фізичних параметрів геологічних масивів.

Є інший варіант врахування формули (8). Для цього треба перейти, враховуючи (11), до іншого ітераційного методу, використовуючи (8) у вигляді

$$B_{i,n} = ((a_{ij}, r_{j,n}) - (a_{ij}, r_{j,n+1})) / (a_{ij}, \lambda_j) = (a_{ij}, Z_{j,n}) / (a_{ij}, \lambda_j); \quad (13)$$

Критерії для методів із [1,2] з більш точною поправкою (13) суттєво відрізняються від відомих, що видно із нової ітераційної формули з новим ітераційним коефіцієнтом:

$$B_{i,n+1} = B_{i,n} - \tau_{i,n+1} (a_{ij}, (a_{ij}, B_{i,n}) / (a_{ij}, \lambda_j)) = B_{i,n} - \tau_{i,n+1} C_{i,n};$$

$$\tau_{i,n+1} = (B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n}); \quad (14)$$

Висновки. 1. При строгому доведенні формула ітераційної поправки має дві відмінності від відомої: врахована доля нев'язок в кожній точці виміру поля за допомогою коефіцієнта $k_{j,n}$ та нової поправки (13), і отримана більш точна формула (11) для врахування оберненої матриці.

2. Методи оптимізації (4)-(5), (13)-(14) з новою ітераційною поправкою до фізичного параметра дають більш об'єктивне відновлення поля, яке проявляється у вигляді більш пологих прогинів і зламів ізоліній та набагато меншою кількістю дрібних замкнутих контурів, що говорить про більш якісну інтерпретацію поля або його трансформант.

Перспективи подальших досліджень. Варто використати знайдену поправку в методах оптимізації з критеріями, відмінними від мінімуму суми квадратів нев'язок поля чи його трансформацій.

Список використаних джерел

- Миненко П.А. Оптимизационные линейные алгоритмы обработки геологической и геофизической информации при поисках рудных залежей // Сб. научн. тр. НИГРИ "Проблемы разработки руд черных металлов". – Кр. Рог. – 1991. – С. 107–111.
- Миненко П.А., Миненко Р.В. О поисках избирательных экстремальных решений обратной задачи магнитометрии при исследованиях на кристаллическом фундаменте // "Науковий вісник НГУ". – Днепропетровск, 2006. – №9. – С. 39–44.

3. Старостенко В.И., Козленко В.Г., Костюкевич А.С. Сейсмогравитационный метод: принципы, алгоритмы, результаты// Вісник АН УРСР. – К. – 1986. – №12. – С. 28–42.

4. Страхов В.Н. К Про ефективні та швидкодію та точність методи побудови лінійних аналітичних апроксимацій в геодезії, геоінформації

та гравіметрії// Сб. наук. пр./ Всеукр. Асоц. Геоінформатики "Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики". – К.- 2005. – С. 12–57.

Надійшла до редколегії 28.11.12

П. Миненко, д-р физ.-мат. наук

Криворожский педагогический институт

Государственного высшего учебного заведения "Криворожский национальный университет", Кривой Рог

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ И МАГНИТОМЕТРИИ

Выполнена разработка теории итерационного метода для решения обратной задачи гравиметрии и магнитометрии и на ее базе уточнена структура формулы итерационной поправки к физическому параметру, которая оптимизируется вместе с итерационным коэффициентом. При этом учтены невязки поля на двух смежных итерациях, что обеспечивает более эффективное дифференцированное или общее подавление разных классов погрешностей измерения поля и введения у него разных поправок. Полученная более точная формула для учета в итерационной поправке обратной матрицы. Методы оптимизации с новой итерационной поправкой к физическому параметру дают более объективное восстановление поля, которое проявляется в виде более пологих прогибов и изломов изолиний на картах и разрезах аномальной плотности и интенсивности намагничивания горных пород при намного меньшем количестве мелких замкнутых контуров, что свидетельствует о более качественной интерпретации поля или его трансформант.

P. Minenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.)

Kryvyi Rih National University, Kryvyi Rih

THEORETICAL BASES OF ITERATIVE METHODS OF OPTIMIZATION OF STEADY DECISIONS OF RETURN PROBLEMS GRAVIMETRY AND A MAGNETOMETRY

Working out of the theory of an iterative method for the decision of a return problem gravimetry and a magnetometry is executed and on its base the structure of the formula of the iterative amendment to physical parameter which is optimized together with iterative factor is specified. Are thus considered fields on two adjacent iterations that provides more effective differentiated or general suppression of different classes of errors of measurement of a field and introduction at it different amendments are nonviscous. More exact formula is developed for the account in the iterative amendment of a return matrix. Methods of optimization with the new iterative amendment to physical parameter give more objective restoration of a field which is shown in the form of more flat deflections and breaks of isolines on cards and cuts of abnormal density and intensity of magnetization of rocks at much smaller quantity of the small closed contours which testifies to better interpretation of a field or its transformation.