GEOPHYSICS

UDC 550.34

G. Prodayvoda, Dr. Sci., Prof.,
Geological Faculty
Taras Shevchenko National University of Kyiv
90 Vasylkivska Str., Kyiv, 03022 Ukraine
E-mail: prod@univ.kiev.ua

S. Vyzhva, Dr. Sci., Prof.,
Geological Faculty
Taras Shevchenko National University of Kyiv
90 Vasylkivska Str., Kyiv, 03022 Ukraine
E-mail: vyzhva_s@ukr.net,

P. Kuzmenko, PhD, Assistant,
Geological Faculty
Taras Shevchenko National University of Kyiv
90 Vasylkivska Str., Kyiv, 03022 Ukraine
E-mail: pavlokn@ukr.net

A. Vyzhva, postgraduate student,
Geological Faculty
Taras Shevchenko National University of Kyiv
90 Vasylkivska Str., Kyiv, 03022 Ukraine
E-mail: motomustanger@ukr.net

CALCULATION OF SEDIMENTARY DEPOSITS ELASTIC CONSTANTS IN TRICLINIC APPROXIMATION ACCORDING TO VSP DATA

(Reviewed by the editorial board member O. Menshov)

This article attempts to define a complete component set of elastic constants tensor matrix in triclinic symmetry approximation and to evaluate the nature of seismic waves azimuthal anisotropy using field seismic surveys data. Elastic constants are determined by inverting the indicatrixes of radial and phase velocities with different polarization. Symmetry group of sedimentary strata is defined using acoustic tensor and elastic constants tensor. The basis of the standard acoustic coordinate system was the three right mutually orthogonal vectors of the acoustic tensor. Fedorov method is used for approximation of the elastic constants tensor to transversely isotropic medium, which provides not only a quantitative assessment of elastic constants matrix components but also allows us to estimate the deviation degree of real anisotropic medium elastic constants from those typical of transversely isotropic medium, the latter being the most similar to it.

Introduction

The phenomenon of seismic wave velocity anisotropy in the geological medium has long been the focus of researchers' attention. At present, the increasing interest in azimuthal seismic anisotropy is stimulated by the rapid development of three-component (3C) wide azimuth 3D seismic methods.

The existence of seismic anisotropy indicates that a real geological medium tends to possess an innate ordering of various geological and physical nature [1, 5, 6, 7, 13]. It is obvious enough that all the parameters of azimuthal seismic anisotropy are determined by the symmetry type of structural elements order in the geological medium. This follows from the Neumann-Curie's principle [1, 2, 5, 6, 8, 10, 15, 16] implying that the structural symmetry of the ordered geological medium determines the symmetry type of the elastic constants tensor. The elastic symmetry in turn limits all the azimuthal anisotropy parameters of seismic waves in ordered geological media.

Method of inversion

To solve this problem we use a modified invariant-polarization method, which determines the full components set of elastic constants matrix in the standard acoustic coordinate system while making numerical calculations by measuring the radial and phase velocities of elastic waves with different polarization. The method has been described in detail [1, 3, 5, 6, 11].

Inversion problem can be formulated as follows: to define the elastic constants of the geological medium by inverting the azimuthal dependence of the radial and phase velocities of elastic waves with different polarization specified during field seismic surveys. To solve the problem we used a nonlinear least-squares method. The objective function $\Phi(\vec{x})$ is as follows:

$$\Phi(\vec{x}) = \sum_{m=1}^{M}\left[V_m^{(e)} - V_m^{(r)}\right]^2 \qquad (1)$$

where $V_m^{(e)}$, $V_m^{(r)}$ are the experimental and calculated values of velocities with different polarization (*e, r* = 1,2,3; 1 – quasi-longitudinal, 2,3 – quasi-transverse "quick " and "slow ") in the *m*-th direction measurements, $\vec{x}$ is vector of the unknown parameters with N dimensions, which includes 21 components of elastic constants matrix , density and components of the wave normal vector (if radial velocity is used). In determining components of the wave normal vector $\vec{n}$, given the conditions of their orthogonality, for numerical calculations of the radial velocity wave vector, its components were limited:

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1 \qquad (2)$$

Phase velocities and polarization vectors of elastic waves were derived from the Green-Christoffel equation [9]:

$$\left(\Gamma_{il} - \rho\upsilon^2\delta_{il}\right)U_l = 0, \qquad (3)$$

where $\Gamma_{il} = C_{ijkl}n_j n_k$ – Christoffel tensor; υ – phase velocity; n_j – components of the wave normal vector; C_{ijkl} – tensor of elastic constants; U_l – components of elastic displacement vector; ρ – density; δ_{il} – Kronecker delta.

To determine the complete component set of tensor matrix elastic constants of sedimentary deposits in triclinic approximation, we used the results of field VSP observations, which had been held in the South Elbe region (the Caspian basin) [12] and Pierre shale data [18]. Sedimentary deposits, which have been the subject of research, are referred to the upper layers of the Lower Cretaceous. The technique of experimental seismic surveys combined observations of reflected and refracted

waves on the surface and observations of direct waves in wells [12, 14, 17].

The above data show that stereo projections of all azimuthal anisotropy parameters of elastic waves (Figure 1) are strictly consistent with the symmetry type of sedimentary strata. In this case, there are certain features in the spatial behavior nature of these parameters.

It should be emphasized that obtained patterns of azimuthal anisotropy parameters distribution in sedimentary strata are in good agreement with the laboratory research of core samples by an ultrasonic pulse-phase invariant-polarization method published in a number of papers [1, 4].

Conclusions

Symmetry and a complete component set of tensor matrix elastic constants and elastic pliabilities in a standard acoustic coordinate system (Table 1) have been defined for the first time by inverting the radial velocity indicatrixes of quasi-longitudinal, "quick" and "slow" quasi-transverse waves obtained from the VSP data [12].

The elastic constants of clay strata were proved to have a planar triclinic symmetry; whereas the carbonates and shale Pierre turned out to have an axial rhombic symmetry. The value of elastic anisotropy integral coefficient is nearly 22%.

The stereo projections of seismic wave anisotropy parameters indicate that the spatial character of seismic wave azimuthal anisotropy is determined entirely by the matrix symmetry of the elastic constants tensor. There have been revealed distinct directions (longitudinal normal and acoustic axes) at different depths of clayey and calcareous shale strata.

Table 1

Elastic constants (C_{mn} , GPa – in the numerator) and elastic pliabilities S_{mn}, TPa^{-1} (in the denominator) of sedimentary deposits in working coordinate system (WCS) and standard acoustic coordinate system (SACS) calculated by seismic data inversion

Matrix indices, mn	Sand and clay deposits		Clay deposits		Carbonate deposits	
	WCS	*SACS*	*WCS*	*SACS*	*WCS*	*SACS*
11	9.15 / 280.9	9.18 / 255.2	9.16 / 238.5	8.82 / 238.2	17.79 / 86.7	17.79 / 86.7
22	10.00 / 141.1	9.41 / 233.0	10.04 / 135.5	9.57 / 175.4	14.00 / 95.7	14.00 / 95.7
33	7.34 / 438.5	7.14 / 506.7	7.28 / 379.4	7.02 / 398.0	13.85 / 134.0	13.85 / 134.0
44	0.62 / 1837.9	0.87 / 1609.1	0.71 / 1507.6	0.94 / 1330.2	3.47 / 288.2	3.47 / 288.2
55	0.98 / 1058.1	1.02 / 1004.4	0.86 / 1181.3	0.88 / 1171.8	3.41 / 293.3	3.41 / 293.3
66	1.67 / 685.3	1.76 / 700.1	1.52 / 672.0	1.81 / 656.3	2.71 / 369.0	2.71 / 369.0
12	1.99 / 53.9	2.25 / 53.8	1.90 / 41.0	2.37 / 24.0	5.00 / -2.5	5.00 / -2.5
13	6.14 / -269.3	5.92 / -245.5	5.81 / -217.4	5.55 / -197.4	9.30 / -5.7	9.30 / -5.7
23	4.01 / -125.6	4.36 / -216.5	3.95 / -109.4	4.28 / -140.9	7.00 / -4.7	7.00 / -4.7
14	0.10 / 104.4	-0.74 / 33.4	0.29 / 98.7	-0.73 / 43.9	0 / 0	0 / 0
15	0.03 / 53.2	-0.01 / -16.4	0.04 / 28.6	0.09 / -22.1	0 / 0	0 / 0
16	-0.38 / 94.0	0.29 / 48.2	0.15 / -1.9	0.79 / -35.8	0 / 0	0 / 0
24	-0.17 / 88.5	0.82 / -294.2	-0.02 / 50.4	0.56 / -138.2	0 / 0	0 / 0
25	0 / 27.7	-0.11 / -5.1	-0.14 / 37.3	0.05 / -23.8	0 / 0	0 / 0
26	0 / 32.7	-0.81 / 158.8	-0.02 / 9.1	-0.76 / 70.8	0 / 0	0 / 0
34	0.21 / -194.6	-0.47 / 272.1	0.32 / -169.0	-0.54 / 141.4	0 / 0	0 / 0
35	0.16 / -88.4	-0.06 / 30.3	0.14 / -66.6	-0.01 / 36.5	0 / 0	0 / 0
36	0.06 / -114.2	0.46 / -198.0	0.20 / -17.6	0.43 / -42.3	0 / 0	0 / 0
45	-0.05 / 166.1	0.04 / -36.3	0.02 / -10.7	0.03 / -74.9	0 / 0	0 / 0
46	-0.26 / 329.8	0.02 / -226.4	0.13 / -116.1	-0.37 / 168.6	0 / 0	0 / 0
56	-0.13 / 123.5	0.19 / -115.6	-0.05 / 46.2	0.18 / -140.8	0 / 0	0 / 0
Elastic symmetry	Planar triclinic		Planar triclinic		Axial rhombic	
A, %	21.6	21.6	21.92	21.98	13.08	13.08
Density, g/cm^3	2.300		2.193		1.986	

A – integral coefficient of elastic anisotropy

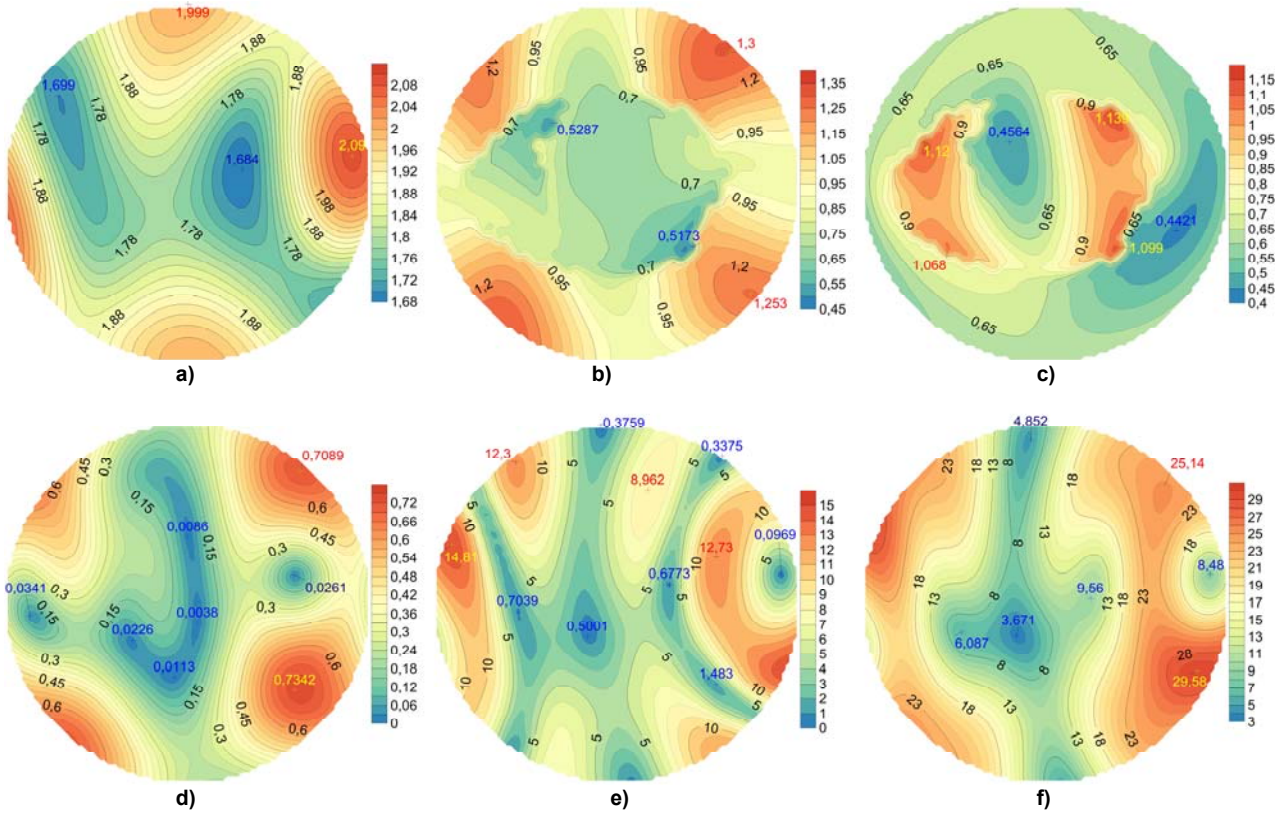

Figure 1. Stereo projections of the values distribution for sand and clay strata:
a) indicatrix of quasi-longitudinal wave, contours in km•s^{-1}; b) indicatrix of "quick" quasi-transverse wave, contours in km•s^{-1}; c) indicatrix of "slow" quasi-transverse wave, contours in km•s^{-1}; d) difference between the phase velocity values of " quick" and "slow" quasi-transverse waves, contours in km•s^{-1}; e) deviation angles of quasi-longitudinal wave elastic displacement vector from the direction of wave normal, contours in degrees; f) differential coefficient of elastic anisotropy, contours in %

References:

1. Александров К.С., Продайвода Г.Т., (2000). Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород. Новосибирск: *Изд. СО РАН*, 354.

Alexandrov K.S., Prodayvoda G.T., (2000). The elastic properties anisotropy of rocks and minerals. Novosibirsk: *Ed. SB RAS*, 354 (in Russian).

2. Продайвода Г.Т., (1978). Принципы симметрии в петрофизике. *Геол. журн.*, 38, 14, 61-70.

Prodayvoda G.T., (1978). Symmetry principles in petrophysics. *Geological journal*, 38, 14, 61-70 (in Russian).

3. Продайвода Г.Т., (1998). Инвариантно-поляризационный акустический метод определения упругих постоянных горных пород. *Геофизический журнал*, 20, 6, 83-95.

Prodayvoda G.T., (1998). Invariant-polarization acoustic method for determining the elastic constants of rocks. *Geophysical journal*, 20, 6, 83-95 (in Russian).

4. Продайвода Г.Т., Куликов А.А., (1998). Исследование упругой симметрии и анизотропии упругих волн в осадочных породах. *Изв. РАН, Физика Земли*, 4, 79-88.

Prodayvoda G.T., Kulikov A.A., (1998). Investigation of elastic symmetry and elastic wave anisotropy in sedimentary rocks. *Ed. RAS, Physics of the Earth*, 4, 79-88 (in Russian).

5. Продайвода Г.Т., Вижва С.А., Безродний Д.А., Безродна І.М., (2011). Акустичний текстурний аналіз метаморфічних порід Криворіжжя. Київ: *ВПЦ "Київський ун-т"*, 368.

Prodayvoda G.T., Vyzhva S.A., Bezrodny D.A., Bezrodna I.M., (2011). Acoustic textural analysis of metamorphic rocks of Kryvorizhzhya. Kyiv: *Publishing and printing center "Kyiv University"*, 368 (in Ukrainian).

6. Продайвода Г.Т., Безродний Д.А., (2011). Акустичний текстурний аналіз гірських порід. Київ: *ВПЦ "Київський ун-т"*, 303.

Prodayvoda G.T., Bezrodny D.A., (2011). Acoustic textural analysis of rocks. Kyiv: *Publishing and printing center "Kyiv University"*, 303 (in Ukrainian).

7. Ризниченко Ю.В., (1949). О сейсмической квазианизотропии. *Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз.*, 6, 518-544.

Riznichenko Y.V., (1949). About seismic quasi anisotropy. *Bulletin of the USSR Academy of sciences: geography and geophysics*, 6, 518-544 (in Russian).

8. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П., (1975). Основы кристаллофизики. М.: *Наука*, 680.

Sirotin Y.I., Shaskolskaya M.P., (1975). Fundamentals of crystal physics. Moscow, *Science*, 680 (in Russian).

9. Федоров Ф.И., (1965). Теория упругих волн в кристаллах. М.: *Наука*, 386.

Fedorov F.I., (1965). Theory of elastic waves in crystals. Moscow, *Science*, 386 (in Russian).

10. Шафрановский И.И., Плотников Л.М., (1975). Симметрия в геологии. Л.: *Недра*, 144.

Shafranovsky I.I., Plotnikov L.M., (1975). Symmetry in geology. Leningrad: *Nedra*, 144 (in Russian).

11. Alexandrov K.S., Prodayvoda G.T., (1994). The study of elastic symmetry and anisotropy of elastic body waves in gneiss. *Geophys. J. Int.*, 119, 715-728.

12. Brodov L.Y., Evstifeyev V.I., Karus E.V. and Kulichikhina T.N., (1984). Some results of the experimental study of seismic anisotropy of sedimentary rocks using different types of waves. *Geophys. J.R. astr. Soc.*, 76, 191-200.

13. Crampin S., Chesnokov E.M., Hipkin R.A., (1984). Seismic anisotropy – the state of the art. *First Break.*, 2, 3, 9-18.

14. Jolly R.N., (1956). Investigation of shear waves. *Geophysics*, 21, 905-938.

15. Nye J.F., (1957). Physical properties of crystals: their representation by tensors and matrices. Oxford: *At the Clareudon Press*, 322.

16. Paterson M.S., Weiss L.E., (1961). Symmetry concepts in the structural analysis of deformed rock. *The Geological Society of America Bulletin*, 72, 6, 841-882.

17. Vander Stoep D.M., (1966). Velocity anisotropy measurement in wells. *Geophysics*, 32, 900-916.

18. White J.E., Martineau-Nicoletis L. and Monach C., (1983). Measured anisotropy in Pierre shale. *Geophys. Prospecting*, 31, 709-725.

Received by Editorial Board on 30.08.13

Г. Продайвода, д-р фіз.-мат. наук, проф., prod@univ.kiev.ua,
С. Вижва, д-р геол. наук, проф., vyzhva_s@ukr.net,
П. Кузьменко, канд. геол. наук, асист., pavlokn@ukr.net,
А. Вижва, асп., motomustanger@ukr.net
Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
Геологічний факультет, вул. Васильківська, 90, м. Київ, Україна, 03022

РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНИХ РОЗРАХУНКІВ ПРУЖНИХ СТАЛИХ ОСАДОВИХ ПОРІД В ТРИКЛІННОМУ НАБЛИЖЕННІ ЗА ДАНИМИ СПОСТЕРЕЖЕНЬ ВСП

В цій статті наведений приклад визначення повного набору компонент матриці тензора пружних постійних в наближенні триклінної симетрії та проведена оцінка характеру азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль за результатами польових сейсмічних досліджень. Пружні сталі визначені шляхом інверсії індикатрис променевих або фазових швидкостей різної поляризації. Група симетрії осадової товщі визначена за допомогою акустичного тензора і тензора пружних сталих. За базис стандартної акустичної системи координат обрано праву трійку власних взаємно ортогональних векторів акустичного тензора. Для апроксимації тензора пружних постійних поперечно-ізотропним наближенням використовується метод Федорова, який забезпечує не лише кількісну оцінку компонент матриці пружних постійних, але й дозволяє оцінити ступінь відхилення пружних сталих реального анізотропного середовища від найближчого до нього поперечно-ізотропного середовища.

Вперше шляхом інверсії променевих і фазових індикатрис квазіпоздовжньої, "швидкої" та "повільної" квазіпоперечних хвиль осадової товщі, які отримані методом вертикального сейсмічного профілювання (ВСП), визначена симетрія і повний набір компонент тензорної матриці пружних сталих осадових порід. Симетрія тензорної матриці пружних сталих піщано-глинистої і глинистої товщі виявилася планальною триклінною, а карбонатної товщі та глинистого сланцю – аксіальною і планальною ромбічною. Запропонований інваріантно-поляризаційний сейсмічний метод визначення симетрії і пружних сталих відкриває нові можливості при дослідженні упорядкованого геологічного середовища методами 3D сейсморозвідки і буде сприяти суттєвому підвищенню ефективності сейсморозвідки при пошуках нафти і газу в складних геологічних умовах.

Були побудовані стерео проекції параметрів анізотропії сейсмічних хвиль, які свідчать про те, що просторовий характер азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль повністю визначається симетрією матриці тензора пружних сталих. В глинистих і карбонатних товщах та глинистих сланцях на різних глибинах існують особливі напрямки – поздовжньої нормалі і акустичних осей.

Зроблена оцінка похибок апроксимації пружної симетрії товщ моделями поперечно-ізотропної і ромбічної симетрії. Показано, що апроксимація матриці пружних постійних триклінної симетрії більш симетричними моделями, зокрема ромбічної та поперечно-ізотропної симетрії, не лише спотворює характер азимутальної анізотропії сейсмічних хвиль, але й спричиняє значні похибки при оцінюванні азимутальної анізотропії сейсмічних швидкостей. Це може суттєво впливати на достовірність результатів 3D сейсморозвідки.

Г. Продайвода, д-р физ.-мат. наук, проф., prod@univ.kiev.ua,
С. Выжва, д-р геол. наук, проф., vyzhva_s@ukr.net,
П. Кузьменко, канд. геол. наук, ассист., pavlokn@ukr.net,
А. Выжва, асп., motomustanger@ukr.net
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко,
Геологический факультет, ул. Васильковская, 90, г. Киев, Украина, 03022

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ ОСАДОЧНЫХ ПОРОД В ТРИКЛИННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ ВСП

В этой статье приведен пример определения полного набора компонент матрицы тензора упругих постоянных в приближении триклинной симметрии и проведена оценка характера азимутальной анизотропии сейсмических волн по результатам полевых сейсмических исследований . Упругие постоянные определены путем инверсии индикатрис лучевых или фазовых скоростей различной поляризации . Группа симметрии осадочной толщи определена с помощью акустического тензора и тензора упругих постоянных. Базисом стандартной акустической системы координат выбрано правую тройку собственных взаимно ортогональных векторов акустического тензора. Для аппроксимации тензора упругих постоянных поперечно-изотропным приближением используется метод Фёдорова, который обеспечивает не только количественную оценку компонент матрицы упругих постоянных, но и позволяет оценить степень отклонения упругих постоянных реальной анизотропной среды от ближайшей к ней поперечно-изотропной среды.

Впервые путем инверсии лучевых и фазовых индикатрис квазипродольной, "быстрой" и "медленной" квазипоперечных волн осадочной толщи, полученных методом вертикального сейсмического профилирования (ВСП), определена симметрия и полный набор компонент тензорной матрицы упругих постоянных осадочных пород. Симметрия тензорной матрицы упругих постоянных песчано-глинистой и глинистой толщи оказалась планальною триклинной, а карбонатной толщи и глинистого сланца – аксиальной и планальной ромбической. Предложенный инвариантно-поляризационный сейсмический метод определения симметрии и упругих постоянных открывает новые возможности при исследовании упорядоченной геологической среды методами 3D сейсморазведки и будет способствовать существенному повышению эффективности сейсморазведки при поисках нефти и газа в сложных геологических условиях.

Были построены стерео проекции параметров анизотропии сейсмических волн, которые свидетельствуют о том, что пространственный характер азимутальной анизотропии сейсмических волн полностью определяется симметрией матрицы тензора упругих постоянных. В глинистых и карбонатных толщах и глинистых сланцах на разных глубинах существуют особые направления – продольной нормали и акустических осей.

Произведена оценка погрешностей аппроксимации упругой симметрии толщ моделями поперечно-изотропной и ромбической симметрии. Показано, что аппроксимация матрицы упругих постоянных триклинной симметрии более симметричными моделями, в частности ромбической и поперечно-изотропной симметрии, не только искажает характер азимутальной анизотропии сейсмических волн, но и влечет за собой значительные погрешности при оценке азимутальной анизотропии сейсмических скоростей. Это может существенно повлиять на достоверность результатов 3D сейсморазведки.