

ГЕОЛОГІЧНА ІНФОРМАТИКА

УДК 550.831

Р. Міненко, магістр
E-mail: maestrozo.1_pavel@mail.ruП. Міненко, д-р фіз.-мат. наук, проф.
Криворізький національний університет
пр. Гагаріна, 54, м. Кривий Ріг, 50086 УкраїнаЮ. Мечніков, інженер-геолог
Криворізька геофізична партія
вул. Геологічна, 2, м. Кривий Ріг, 50001 УкраїнаПРОБЛЕМА ЗМІСТОВНОСТІ СТІЙКИХ РОЗВ'ЯЗКІВ
ОБЕРНЕНИХ ЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ГРАВІМЕТРІЇ

(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром фіз.-мат. наук, проф. Б.П. Масловим)

Мета роботи – на теоретичних прикладах розробити методику розпізнавання випадків постійної густини або її зростання чи спаду з глибиною та у кожному випадку знайти емпіричні коефіцієнтні функції для виправлення впливу глибини до блоку на величину основної ітераційної поправки.

Обернені задачі гравіметрії некоректні. Частково некоректність їхніх розв'язків зменшують вибором розмірів сітково-блокової інтерпретаційної моделі геологічного середовища, рівних розмірам карти поля тяжіння і отримують стійкі розв'язки. Якщо глибини до всіх шарів і густина частини блоків моделі відомі, то для другої частини блоків розв'язують обернену лінійну задачу гравіметрії (ОЛЗГ) у класі однозначності розв'язку. Такі задачі вирішують для структурної геології, в основному, в нафтогазових районах, де є багато свердловин і вся площа карти поля покрита сейсмічними дослідженнями геологічних структур. У рудних районах сейсмічні дослідження майже не виконуються, а тому форма геологічних структур невідома. Свердловин також небагато, а на кристалічних щитах вони не завжди досягають границі осадового комплексу з кристалічними породами або проходять по них перші метри чи перші десятки метрів. У таких умовах вузьким класом однозначності може бути тільки одношарова модель з блоками у формі напівнескінчених вертикальних призм. Результати розв'язку оберненої задачі для такої моделі далекі від реального розподілу густини в геологічному масиві. З переходом на більш детальну модель, яка складається із обмежених по вертикалі блоків, згрупованих у горизонтальні шари, у розв'язках обернених задач ітераційними методами на теоретичних і реальних полях ми спостерігаємо зменшення густини в більш глибоких блоках, хоча реально їхня густина з глибиною не змінюється. Розроблено метод отримання стійкого та змістовного розв'язку ОЛЗГ по додатковому рішення з уточнюючими ітераційними поправками. Але він придатний тільки у випадках постійної густини високоаномальних тіл у вертикальному напрямку. Для випадків зростання чи спаду густини з глибиною в цій роботі в основну ітераційну поправку введено коефіцієнтні функції для коригування впливу на неї глибини розміщення блоку. Вид функцій залежить від напряму зміни густини порід. Остаточний розподіл густини, як правило, досягається використанням методів оптимізації з уточнюючими поправками більш високих порядків.

Ключові слова: гравіметрія, обернена задача, ітераційний метод, ітераційна поправка, критерій оптимізації, вплив глибини на поправку.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими або практичними задачами. Обернені задачі (ОЗ) гравіметрії некоректні. Частково некоректність їхніх розв'язків зменшують вибором розмірів сітково-блокової інтерпретаційної моделі (СБІМ) геологічного середовища, що дорівнюють розмірам карти поля сили тяжіння (ПСТ) і отримують стійкі розв'язки ОЗ [1, 2, 8-10]. Якщо глибини до всіх шарів і густина частини блоків моделі відомі, то для другої частини блоків розв'язують обернену лінійну задачу (ОЛЗ) гравіметрії у класі однозначності розв'язку [3, 11]. Якщо ж приблизно відома густина усіх блоків або скачки густини на відомих границях шарів моделі, то ведуть пошуки зон розушлінення гірських порід (ГП) ряду блоків у вузькому класі однозначності розв'язку ОЛЗ [1, 6]. Іноді при тих же умовах вирішують обернену нелінійну задачу (ОНЗ) гравіметрії для пошуку локальної зміни форми однієї границі, також у вузькому класі однозначності розв'язку ОНЗ [6, 7, 12]. Такі задачі вирішують для структурної геології, в основному, в нафтогазових районах, де є багато свердловин, і вся площа карти ПСТ покрита сейсмічними дослідженнями геологічних структур. У рудних районах сейсмічні дослідження майже не виконуються, а тому форма геологічних структур невідома. Свердловин також небагато, а на кристалічних щитах вони використовуються тільки для пошуків води, не досягаючи границі осадового комплексу з кристалічними ГП, або проходять по них перші метри чи перші десятки метрів. У таких умовах вузьким класом однозначності може бути тільки одношарова СБІМ з блоками у формі напівнескінчених вертикальних призм з прямокутним чи трикутним горизонталь-

ним перерізом [1]. По полю сили тяжіння при відомій густині верхнього шару кристалічних ГП можна приблизно знайти глибини до його нижньої границі та густина напівнескінчених вертикальних блоків-призм другого шару, а потім виділити поле 1-го шару та розв'язувати у вузькому класі однозначності ОЛЗ для одношарової СБІМ відносно густини кожного блоку чи ОНЗ з уточненням глибин до верхньої границі кристалічних ГП [3]. Особливе місце займають розв'язки ОЗ ітераційними оптимізаційними методами [2-5], оскільки вони, на відміну від прямих методів, не потребують спеціальних, багатомірних та тривалих методів розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Крім того, не всі схеми та умови оптимізації можна реалізувати прямими методами. Однак, ітераційні методи також мають недоліки. При розширенні області розв'язку ОЛЗ на багатшарові моделі не при всіх початкових умовах (ПУ) отримують реальні значення густин у блоках ГП, тобто виникає порушення фізичної чи геологічної змістовності отриманого розв'язку ОЛЗ. Експериментами, навіть на двохшарових моделях, встановлено суттєве зменшення густини блоків нижнього шару. Для 6-8-шарових моделей з постійною густиною отримана у розв'язку ОЛЗ густина зменшується майже в 2 рази. При цьому можливо, що розв'язки сумісної оберненої лінійно-нелінійної задачі з одночасним визначенням густин блоків та глибин [3] до них не будуть відповідати дійсності.

Аналіз останніх досягнень і публікацій, у яких закладене рішення даної проблеми й на які спирається автор. Останніми дослідженнями [4, 5] встановлено, що використанням уточнюючих ітераційних поправок двохетапною методикою можна вийти на зміс-

товний та близький до реального розподілу густини розв'язок ОЛЗ. При цьому після розв'язку ОЛЗ методом простої ітерації (ПІ), отриману густину блоків використовують як ПУ на другому етапі методом з уточнюючими ітераційними поправками вищого порядку в ітераційній формулі та у критерії оптимізації. Але використовують тільки густину блоків одного шару, а всім блокам інших шарів, що знаходяться на одній вертикалі, приписують одне і те саме значення густини у ПУ. Як правило, на 2-му етапі отримують змістовний розв'язок, близький до реального розподілу густини у геологічному масиві. Але така двохетапна методика розв'язання ОЛЗ придатна тільки в тому випадку, коли аномальні тіла (АТ) мають постійну по вертикалі густину, що в багатьох випадках так і буває. Але у випадках, коли АТ з глибиною виклинюються, або їхня густина зростає чи спадає з глибиною, така методика не дає реального розв'язання ОЛЗ. Доведено, що, більше того, всі ці методичні заходи й теоретичні розробки не завжди не тільки для реальних, а навіть і для теоретичних полів, забезпечують виділення у вертикальному напрямку блоків із підвищеною чи зниженою густиною. Все це є недоліками існуючих методів розв'язку ОЛЗГ.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, яким присвячена дана стаття. Використання розробленої методики заважає еквівалентність розв'язків ОЛЗ із спадом отриманої густини, незалежно від того, зростає вона реально з глибиною в АТ, спадає чи залишається постійною. Якщо на теоретичних прикладах встановити можливість розпізнавання випадків постійної густини або її зростання чи спаду з глибиною, то у кожному випадку можна знайти емпіричні коефіцієнтні функції для виправлення впливу глибини до блока на величину основної ітераційної поправки. Якщо в теоретичному прикладі ми отримаємо правильний розв'язок ОЛЗГ, то можна сподіватися, що набором тих же ітераційних методів і методичних прийомів для реального поля ми також отримаємо геологічно змістовний розподіл густини в АТ.

Формулювання цілей статті. Мета цієї роботи – на теоретичних прикладах розробити методику розпізнавання випадків постійної густини або її зростання чи спаду з глибиною та для кожного випадку знайти емпіричні коефіцієнтні функції для виправлення впливу глибини до блока на величину основної ітераційної поправки. Це дасть можливість за аналогією з теоретичними прикладами отримати правильний розв'язок ОЛЗГ набором тих же ітераційних методів і методичних прийомів інтерпретації реального поля.

Виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів. Спочатку приведемо теоретичний апарат, за допомогою якого будемо виконувати необхідні дослідження. Найбільш ефективним є сильно збіжний ітераційний метод розв'язку оберненої задачі – метод ПІ з критерієм оптимізації мінімуму суми квадратів ітераційних поправок до густини (B, B) , в якому ітераційні формули (ІФ) густини гірських порід, нев'язки поля та поправки до густини для кожної наступної $(n+1)$ -ої ітерації виводяться послідовно одна з іншої і мають такий вигляд:

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,1,n}; \quad (1)$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,1,n}; \quad (2)$$

$$B_{i,1,n+1} = B_{i,1,n} - \tau_{n+1} C_{i,1,n}; \quad (3)$$

де τ_{n+1} , $B_{i,1,n}$ і т.д. – ітераційний коефіцієнт й ітераційні поправки, що обчислюються після кожної попередньої n -ої ітерації з урахуванням наближеного значення густини $\sigma_{i,n}$ ($i=1, M$) кожного i -того блоку сіткової моделі,

отриманого на тій же ітерації ($\sigma_{i,0}$ – вектор ПУ або нульових значень для густини ГП на першій ітерації);

$$B_{i,1,n} = M_{i,1,n} = (a_{i,j} / \lambda_i, f_i r_{j,n}) \quad (4)$$

- поправка 1-го порядку до густини;

$$f_i = 1; \lambda_i = 2 \sum_j a_{ij} \lambda_j; \lambda_j = \sum_i a_{ij}; \forall a_{ij} > 0; \quad (5)$$

$$\lambda_i = 2 \sum_j (a_{ij} \lambda_j); \lambda_j = \sum_i (a_{ij}); \forall a_{ij} \in R(i, j); \quad (6)$$

$$C_{i,1,n} = M_{i,2,n} = (a_{i,j} / \lambda_i, Z_{j,1,n}); Z_{j,1,n} = M_{j,1,n} = (a_{i,j}, r_{j,n});$$

$M_{i,m,n}, M_{j,m,n}$ – поправки першого й більш високих порядків $m=1, p$, одержані послідовно із формул, починаючи з (1) при $p=1$; $a_{i,j}$ – елементи матриці розв'язків прямої задачі гравіметрії для прямокутного паралелепіпеда при одиничній аномальній густині $\sigma_{i,n}$ гірських порід, що представляють собою елементи зв'язку в системі лінійних алгебраїчних рівнянь між кожною j -тою точкою карти вимірюваного поля g_j ($j=1, N$) й аномальною густиною кожного i -того блоку сіткової моделі;

$$r_{j,n} = (a_{i,j} \cdot \sigma_{i,n}) - g_j \quad (7)$$

- нев'язка поля на попередній ітерації;

Помножимо скалярно (1) на $a_{i,j}$ та віднімемо із лівої й правої частин g_j , і з урахуванням (7) одержимо ІФ для нев'язки поля (2) на наступній ітерації. Аналогічно, помножимо скалярно (2) на $a_{i,j} / \lambda_i$ і отримаємо ІФ (3) для поправки 1-го порядку до поправки $B_{i,1,n}$ або 2-го порядку до густини $\sigma_{i,n}$ на наступній ітерації;

$$Z_{j,1,n+1} = Z_{j,1,n} - \tau_{n+1} D_{j,1,n}; \quad (8)$$

де

$$D_{j,1,n} = (a_{ij} \cdot C_{i,1,n}) \quad (9)$$

Аналогічно отримаємо одна за одною ітераційні формули для поправок більш високого порядку

$$C_{i,1,n+1} = C_{i,1,n} - \tau_{n+1} E_{i,1,n}; \quad (10)$$

де

$$E_{i,1,n} = (a_{ij} / \lambda_i \cdot D_{j,1,n}) \quad (11)$$

$$D_{j,n+1} = D_{j,n} - \tau_{n+1} F_{j,1,n}; \quad (12)$$

де

$$F_{j,1,n} = (a_{ij} \cdot E_{i,1,n}) \quad (13)$$

$$E_{i,1,n+1} = E_{i,1,n} - \tau_{n+1} K_{i,1,n}; \quad (14)$$

де

$$K_{i,1,n} = (a_{ij} / \lambda_i \cdot F_{j,1,n}) \quad (15)$$

Набір поправок можна продовжити, утворюючи пари поправок $(P_{j,1,n}, S_{i,1,n})$ і т.д.

Складемо критерії оптимізації

$$F_r = \sum_j r_{j,n+1}^2 = \min; F_M = \sum_i M_{i,m,n}^2 = \min; \quad (16)$$

На практиці зручніше користуватися позначеннями поправок, наведеними в (8)-(15), де літери B, C, E, K, S_i , аналогічно, Z, D, F, P, V відповідають номерам порядку $m=1, 2, 3, 4, 5$ у загальному позначенні $M_{i,m,n}, M_{j,m,n}$ і т.д. Наведемо кілька прикладів оптимізації розв'язання обернених задач, у яких для простоти частину індексів опустимо:

Метод ПІ для ІФ (1) з повною аббревіатурою (sB, BC) або $B2$, а також (BC):

$$(B, B) = (B - \tau_{1,n+1} C)^2 = \min; \quad (17)$$

$$\tau_{1,n+1} = (B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n}); \quad (18)$$

Метод ПІ для ІФ (1), але з критерієм оптимізації (КО) по поправці вищого порядку E та з абривіатурою (sB , EK):

$$(E, E) = (E - \tau_{2,n+1}K)^2 = \min; \quad (19)$$

$$\tau_{2,n+1} = (E_{i,n}, K_{i,n}) / (K_{i,n}, K_{i,n}); \quad (20)$$

Метод ітерацій для ІФ з уточнюючими поправками B , C , E , з КО по основній поправці B та з абривіатурою ($sBCE$, $BCEK$):

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{1,n+1}B_{i,1,n} - \tau_{2,n+1}C_{i,1,n} - \tau_{3,n+1}E_{i,1,n}; \quad (21)$$

$$(B, B) = (B - \tau_{1,n+1}C - \tau_{2,n+1}E - \tau_{3,n+1}K)^2 = \min; \quad (22)$$

Метод ітерацій для ІФ з уточнюючими поправками C , E , K , з КО по основній поправці C та з абривіатурою ($sCEK$, $CEKS$):

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{1,n+1}C_{i,1,n} - \tau_{2,n+1}E_{i,1,n} - \tau_{3,n+1}K_{i,1,n}; \quad (23)$$

$$(C, C) = (C - \tau_{1,n+1}E - \tau_{2,n+1}K - \tau_{3,n+1}S)^2 = \min. \quad (24)$$

Метод ітерацій для ітераційної формули (21) з уточнюючими поправками B , C , E , з КО по невязці поля (7) та з абривіатурою ($sBCE$, $RZFG$):

$$(r_{j,n+1}, r_{j,n+1}) = (r_{j,n} - \tau_{1,n+1}Z_{j,1,n} - \tau_{2,n+1}F_{j,1,n} - \tau_{3,n+1}G_{j,1,n})^2 = \min; \quad (25)$$

Методи з критеріями (19)-(25), за аналогією з методом В2, мають такі скорочені абривіатури: EK , $BCEK$, $CEKS$, $RZFG$. Програмна реалізація методів (17)-(25) та інших виконана при різних m для гравітаційних і магнітних полів. Далі розглянемо приклади розв'язку ОЛЗ гравіметрії на теоретичних прикладах з теоретичними моделями геологічного середовища для вирішення поставленої мети.

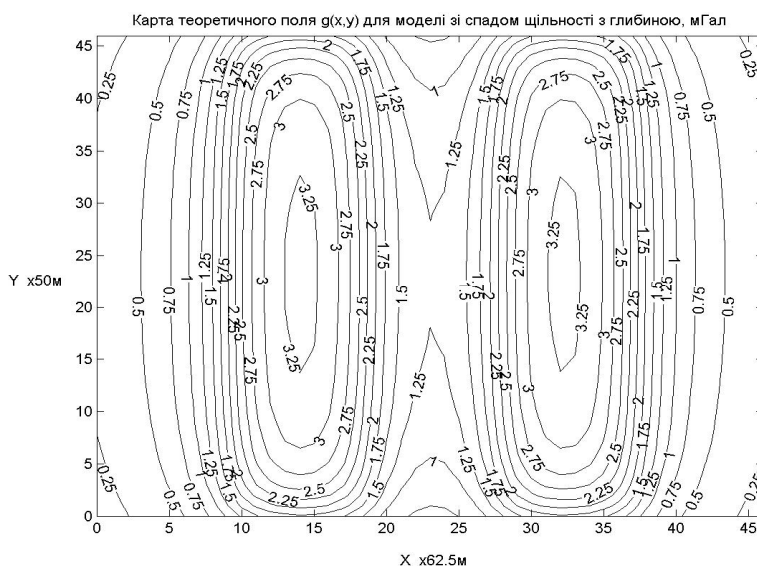


Рис. 1. Карта теоретичного поля сили тяжіння над двома АТ зі спадом густини з глибиною, в мГал

Візьмемо 6-шарову сітково-блокову інтерпретіційну модель (СБІМ), у якій два локалізовані АТ вертикально витягнуті і мають змінну аномальну густину (АЩ) по вертикалі. У першому шарі АЩ дорівнює $0,5 \text{ г/см}^3$, у другому — $0,4 \text{ г/см}^3$, у третьому — $0,3 \text{ г/см}^3$, а далі — $0,25$; $0,20$ і, нарешті, $0,10 \text{ г/см}^3$ у 6-му шарі. Потужність шарів 65-80 м. Виконаємо розв'язок ОЛЗ для теоретичного поля сили тяжіння (ПСТ, рис. 1) над описаною моделлю методом ПІ з КО по мінімуму суми квадратів поправок (МСКП) до густини (метод В2 або з більш детальною абривіатурою — метод SB , BC). Як бачимо (рис. 2), в обох АТ у розв'язку ОЛЗ після 30 ітерацій отримано спад густини з глибиною, але значно менший: від $0,46$ до $0,22 \text{ г/см}^3$. Збільшення кількості ітерацій ще на 50 не дало покращання розв'язку (рисунок не наведено). Тоді було виконано ще 50 ітерацій, але з вирівнюванням ПУ по АЩ 2-го шару з попереднього розв'язку ОЛЗ. На цьому етапі густина по глибині не вирівнялася, хоча її розмах трохи зменшився: з $0,42$ до $0,26 \text{ г/см}^3$ при збереженні АЩ у 2-3-му шарах на рівні попереднього розв'язку. Це дало право зробити висновок про реальний спад АЩ з глибиною. Тоді було виконано наступні 50 ітерацій методом ПІ, але з уточненою основною поправкою B за обернену глибину до кожного шару (рис. 3). У цьому випадку ми отримали значно більший спад густини, ніж було потрібно — від $0,74$ до $0,06 \text{ г/см}^3$. Після додаткових 50 ітерацій з уточненою основною поправкою B за корінь квадратний із оберненої глибини до кожного шару спад зменшився від $0,58$ до $0,12 \text{ г/см}^3$

(рис. 4). Такий результат можна вважати задовільним, оскільки тенденція зміни густини встановлена. Зробимо розв'язок ОЛЗ ще на 20 ітераціях методом з уточнюючими ітераційними поправками вищого порядку ($RZFG$), але результат не змінився. Продовжимо розв'язок ОЛЗ ще на 50 ітерацій з коефіцієнтом до оберненої глибини в ступені $(0,25)$ у тій же основній поправці B . Тепер густина першого шару стала $0,52 \text{ г/см}^3$, і майже наблизилась до реального значення $0,50 \text{ г/см}^3$, але для 6-го шару густина поповзла вгору до $0,16 \text{ г/см}^3$, замість $0,10 \text{ г/см}^3$. Після ще 50 ітерацій методом ПІ з основною поправкою B густина 1-го шару досягла реального значення $0,50 \text{ г/см}^3$, але для 6-го шару густина залишилася на тому ж рівні, а в 2-5 шарах вона відрізнялася від реальної АЩ на $0,02$ – $0,04 \text{ г/см}^3$ (рис. 5). Розв'язком ОЛЗ із врахуванням у моделі градієнтів густини, які в СБІМ не були введені, та з використанням алгоритму уточнюючих ітераційних поправок вищого порядку отримуємо дуже близький до реального розподілу густини, крім густини останнього 6-го шару (рис. 6а). Оскільки для розподілів густини, близьких до реальних, використовується основна поправка B (поправка першого порядку) без урахування глибини до блоків, то останнім уточнюючим етапом розв'язку ОЛЗ було використання методу ПІ (рис. 6б), яким отримано майже точні значення густини для 3-6-го шарів, для 1-2-го шарів збігається тільки їхнє середнє значення, а фактично різниця становить $-0,06 \text{ г/см}^3$ для 1-го шару і $+0,06$; $-0,02$ та $-0,01 \text{ г/см}^3$ для 2-4-го шарів.

Таким чином, використання різних ітераційних методів з різними критеріями оптимізації, ІФ, поправками та коефіцієнтами до них, підбором кількості ітерацій для кожного ітераційного методу на кожному етапі отримано майже реальний розв'язок ОЛЗ, хоча на деяких етапах для окремих шарів він погіршувався, а на інших етапах знову відновлювався при високій точності відновлення ПСТ з середньоквадратичною похибкою $Re=0,021$ мГал, яка майже рівномірно роз-

поділена по всій карті поля. Ще треба окремо описати розподіл АЩ у розв'язку ОЛЗ у геологічному просторі за межами двох АТ, яка у нашій СБІМ задана нульовою. Між АТ вона змінюється від $-0,12$ до $+0,08$ г/см³ у мінімальних зонах, а справа та зліва за межами АТ – від $-0,04$ до $+0,04$ г/см³, тобто, в середньому, на кожній вертикалі блоків у розв'язку ОЛЗ отримано майже нульові значення АЩ.

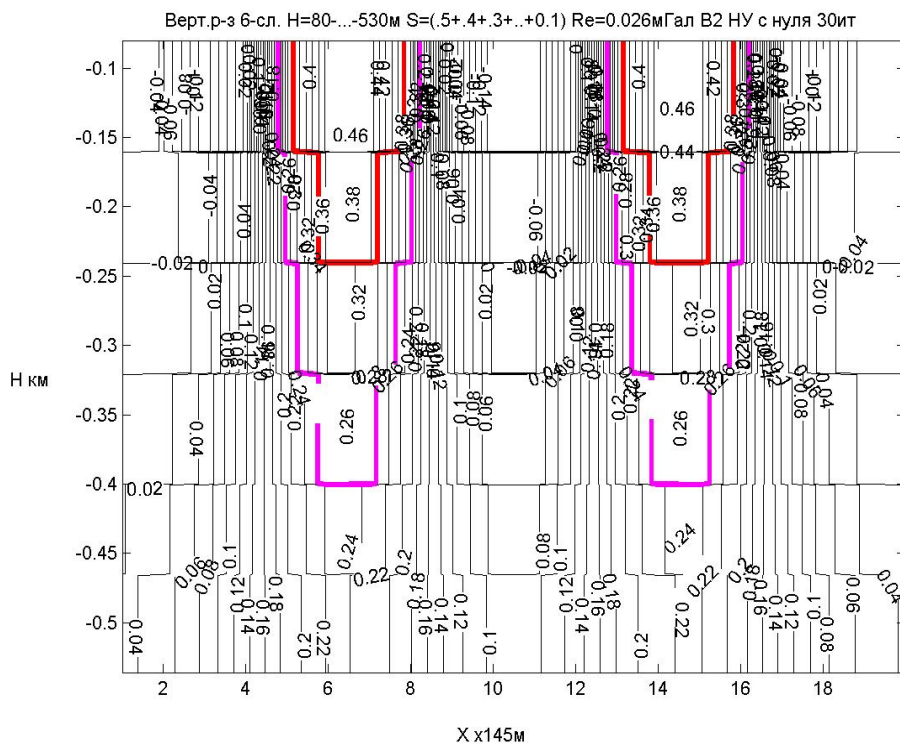


Рис. 2. Результат розв'язку ОЛЗ методом ПІ з нульовими ПУ для моделі зі спадом густини з глибиною: розріз аномальної густини (АЩ), тут і далі в г/см³

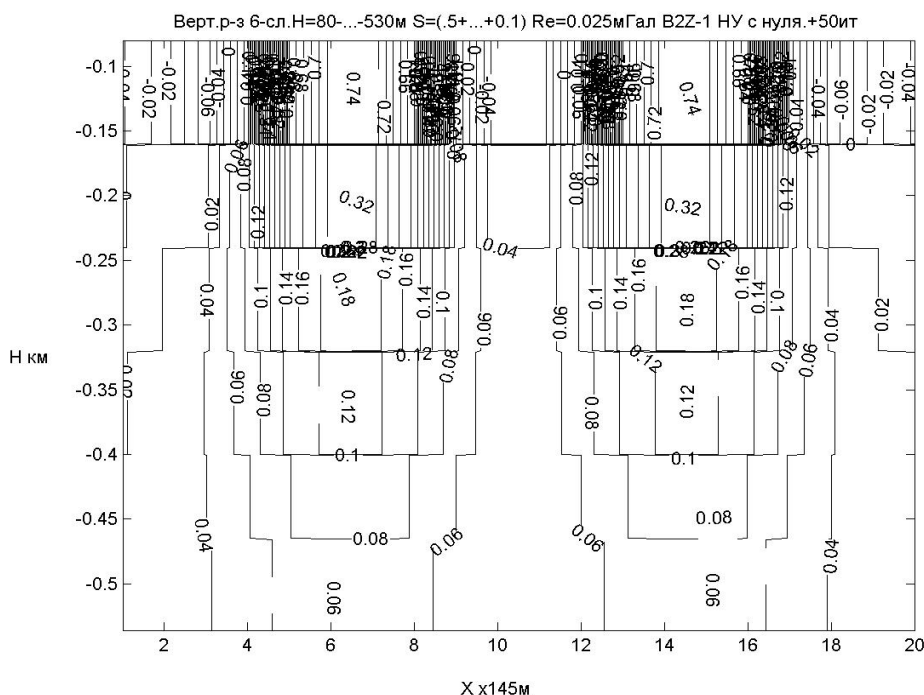


Рис. 3. Результат продовження розв'язку ОЛЗ методом ПІ і коригуванням поправки В коефіцієнтною функцією ($f_1=z_6/z_1$): розріз АЩ

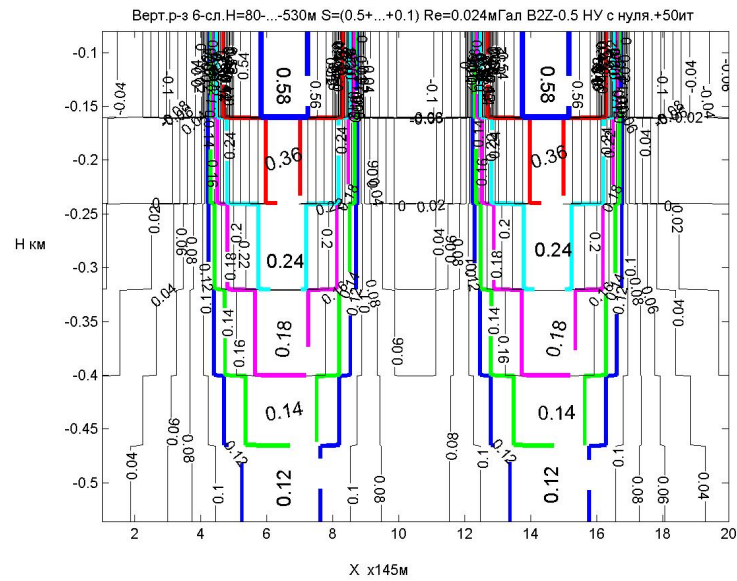


Рис. 4. Результат розв'язку ОЛЗ методом ПІ з нульовими ПУ і коригуванням поправки В коефіцієнтною функцією $(f_i = (C/z_i)^{0.5}, C = z_0)$: розріз АЩ

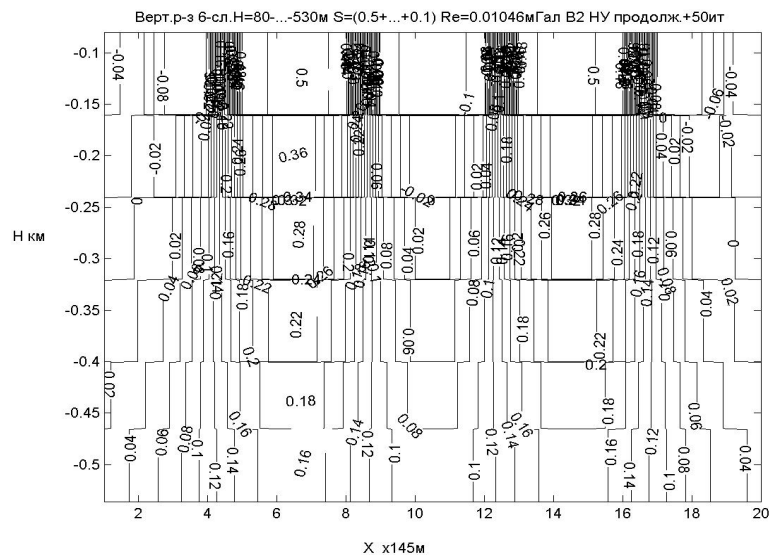


Рис. 5. Результат продовження розв'язку ОЛЗ методом простої ітерації: розріз АЩ

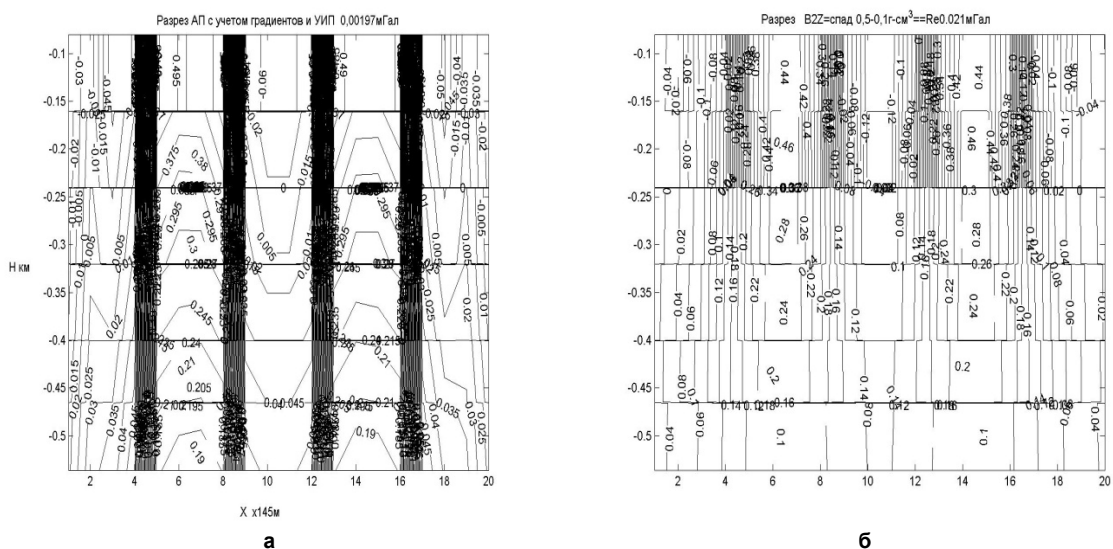
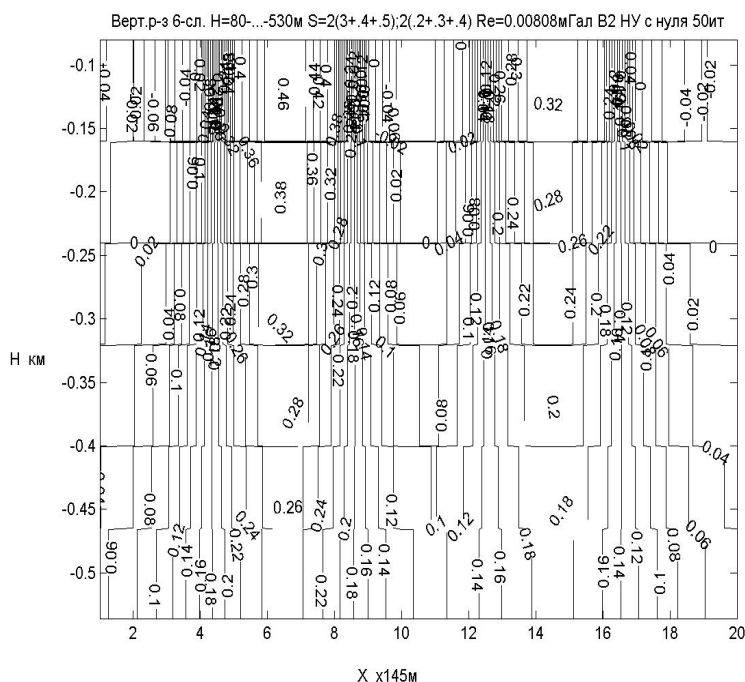


Рис. 6. Розрізи АЩ:

а – результат продовження розв'язку ОЛЗ з урахуванням лінійної зміни АЩ у блоках;
б – результат продовження розв'язку ОЛЗ методом простої ітерації

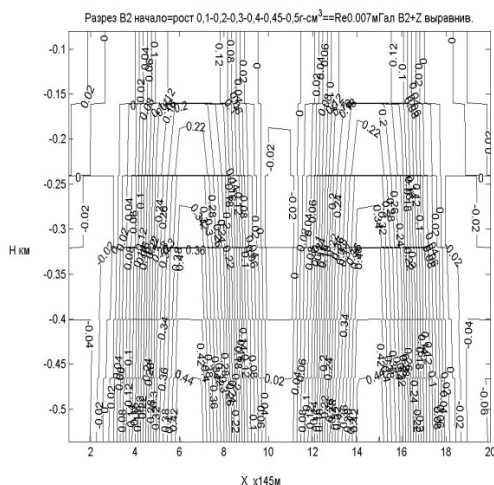
Аналогічно арсеналом вище використаних методів виконаємо дослідження розв'язків ОЛЗ на моделях, у яких густина АТ з глибиною зростає. В попередню СБІМ внесемо інший порядок розподілу АЩ з глибиною: у першому АТ беремо АЩ для 1-2-го шарів $0,3 \text{ г/см}^3$, для 3-4-го – $0,4 \text{ г/см}^3$, а для 5-6-го – $0,5 \text{ г/см}^3$; у другому АТ беремо відповідно у всіх шарах на $0,1 \text{ г/см}^3$ менше. Після 50 ітерацій методом ПІ з нульовими ПУ у розв'язку ОЛЗ замість росту АЩ отримано її спад у межах від $0,46$ до $0,24 \text{ г/см}^3$ у 1-ому АТ і від $0,32$ до $0,18 \text{ г/см}^3$ у другому (рис. 7). Вирівнюванням ПУ по АЩ 2-го шару з попереднього розв'язку отримали АЩ у 2-5 шарах $0,38 \text{ г/см}^3$, і трохи меншу у 1-ому та 6-ому шарах, а це не відповідає дійсності. Аналогічно, у другому АТ отримали розподіл АЩ від 1-го до 6-го шару: $0,24$ - $0,26$ - $0,28$ - $0,28$ - $0,28$ - $0,26 \text{ г/см}^3$. Попередній алгоритм для спаду АЩ також не спрацював. Тоді було використано метод ПІ з основною поправкою В, в яку було введено коефі-

цієнт для збільшення її пропорційно росту глибини до кожного блоку. В результаті у розв'язку ОЛЗ ми отримали зростання АЩ з глибиною. Середні значення АЩ у 1-ому й 1-2-ому АТ для 1-2-го шарів: $0,28$ і $0,20 \text{ г/см}^3$, для 3-4-го – $0,44$ і $0,32 \text{ г/см}^3$, а для 5-6-го – $0,515$ і $0,37 \text{ г/см}^3$ (рис. 8). При цьому відхилення у першому АТ складають $-0,02$; $+0,03$ та $+0,015 \text{ г/см}^3$, а у другому АТ: 0 ; $+0,02$ та $-0,03 \text{ г/см}^3$, але цей розв'язок є не зовсім задовільним, бо реальні відхилення у деяких шарах майже вдвічі більші. Після ще 50 ітерацій суттєво розв'язок ОЛЗ не змінили: отримано добавки АЩ у деяких блоках шарів не більше $0,01$ - $0,02 \text{ г/см}^3$. Візьмемо іншу модель, а саме зі зростанням АЩ з глибиною в обох АТ у 1-6-ому шарах: $0,1$ - $0,2$ - $0,3$ - $0,4$ - $0,45$ - $0,5 \text{ г/см}^3$. Використаємо метод ПІ з основною поправкою В та з урахуванням градієнтів АЩ. Замість зростання АЩ з глибиною отримуємо її спад від $0,30$ до $0,24 \text{ г/см}^3$.

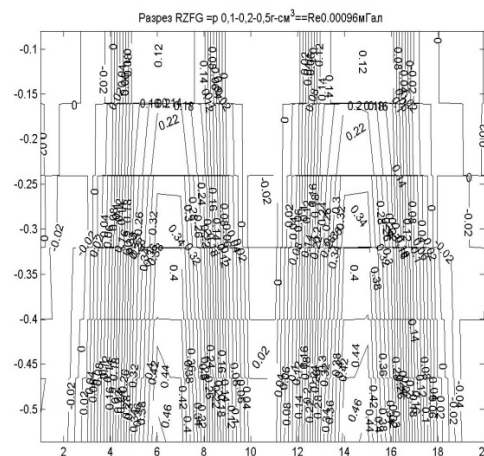


Тоді використаємо метод ПІ з основною поправкою В, виправленою за пропорційне від глибини зростання АЩ, і у розв'язку ОЛЗ отримаємо зростання АЩ від блоку до блоку 0,12-0,22-0,34-0,40-0,42-0,44 г/см³, що для перших 4-ох шарів близько до дійсності, а для 5-6-го – вимагає уточнення (рис. 9а). Далі використаємо метод з уточнюючими поправками вищого порядку (RZFG) і отримаємо збільшення АЩ для 5-6 шарів до 0,44 та 0,46 г/см³, що значно ближче до реальних значень АЩ (рис. 9б). Після використання ще ряду методів з повторенням уточнення основної поправки В пропор-

ційно глибині та її квадрату (рис. 10), отримали точний розв'язок ОЛЗ для 1-го та майже точний для 6-го шарів (рис. 10), але в інших шарах маємо відхилення АЩ 0,06–0,08 г/см³, що більше ніж у попередньо виконаних розв'язках. Таким чином, набором методів та методичних прийомів можна відновлювати ПСТ у випадку великого зростання АЩ аномальних тіл з глибиною. Але встановити необхідність використання алгоритмів зі зростанням АЩ при збільшенні глибини до блоків можна тільки після декількох повторень циклу алгоритмів при заміні або вилученні із них деяких методів.



а



б

Рис. 9. Розрізи АЩ:

а – продовження розв'язку ОЛЗ з урахуванням лінійної зміни АЩ у блоках;
б – продовження розв'язку ОЛЗ методом з уточнюючими ітераційними поправками вищого порядку (RZFG)

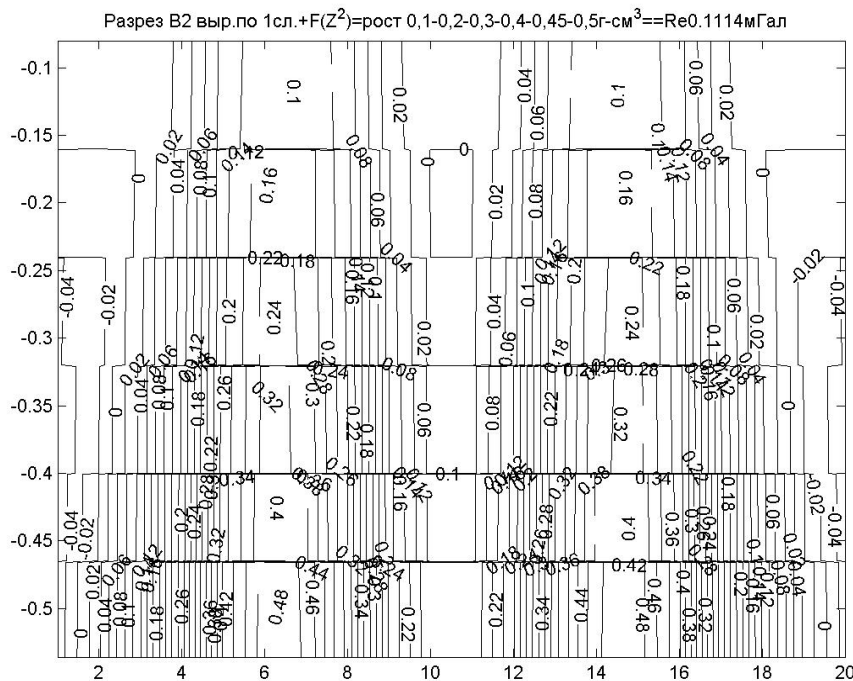


Рис. 10. Результат продовження розв'язку ОЛЗ методом ПІ і коригування поправки В коефіцієнтною функцією $f_i = (z/z_0)^2$: розріз АЩ

Тепер з урахуванням результатів розв'язку ОЛЗ для АТ зі змінною з глибиною густиною, порівняємо розв'язки ОЛЗ для АТ із незмінною з глибиною АЩ. Візьмемо 6-шарову СБІМ із АЩ обох тіл у всіх шарах 0,50 г/см³. Методом простої ітерації з основною поправкою В отримаємо розв'язок ОЛЗ зі спадом АЩ в обох АТ із глибиною в межах від 0,50 до 0,30 г/см³ (рис. 11). При

цьому маємо дуже велику середньоквадратичну похибку відновлення поля $Re=0.289$ мГал. Як було встановлено раніше, при постійній густині та нульових ПУ у розв'язку ОЛЗ з обмеженими по глибині блоками ми отримуємо у 1-ому шарі реальну АЩ 0,50 г/см³, а між АТ майже нульову АЩ 0,02 г/см³. Але з глибиною АЩ обох АТ падає до 0,30 г/см³, проте АЩ між АТ зростає

до $0,22 \text{ г/см}^3$. Далі треба вирівнювати ПУ по першому шару. Але ми використаємо спочатку алгоритм виправлення поправки за глибину до блоків пропорційно зростанню глибини і отримаємо у розв'язку ОЛЗ зростання

АЩ обох АТ у межах від $0,26$ до $0,70 \text{ г/см}^3$ при похибках ($Re=0,101 \text{ мГал}$, рис. 12а). Такий розв'язок ОЛЗ у будь-якому разі є незадовільним.

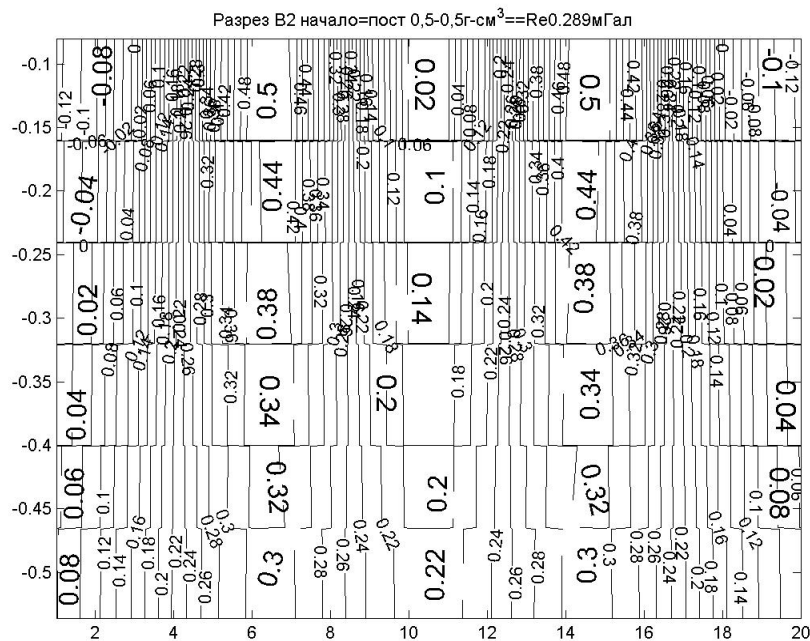


Рис. 11. Результат розв'язку ОЛЗ методом ПІ з нульовими ПУ для моделі із постійною густиною при зміні глибини: розріз АЩ

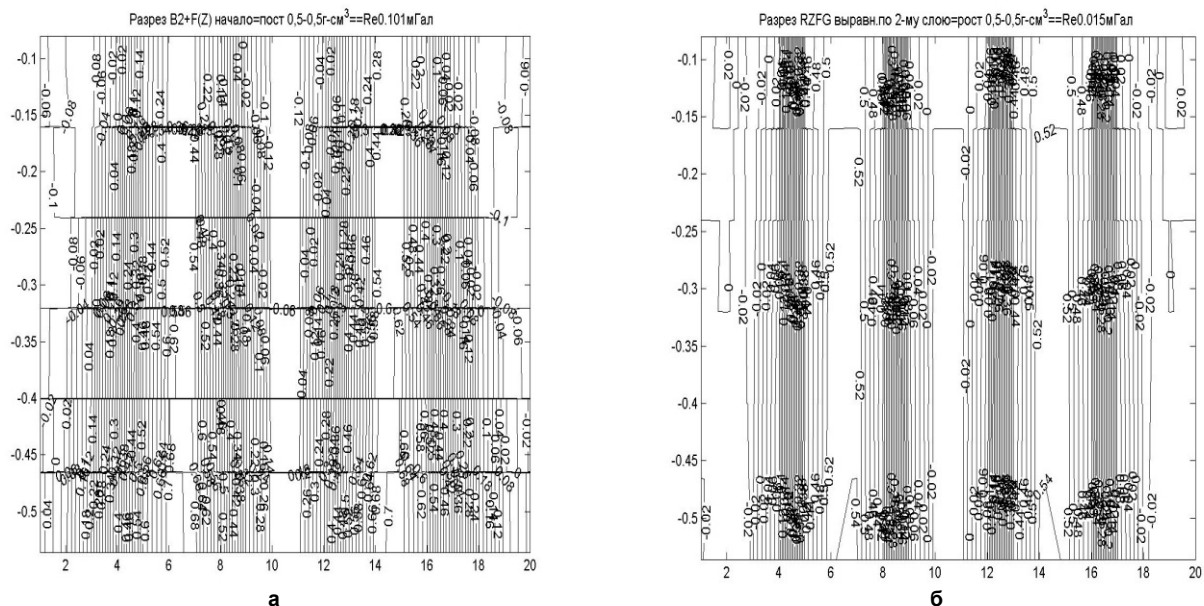


Рис. 12. Розрізи АЩ:

а – результат продовження розв'язку ОЛЗ методом ПІ з коригуванням поправки В коефіцієнтною функцією ($f_i = z/z_6$);
б – результат продовження розв'язку ОЛЗ методом із уточнюючими ітераційними поправками вищого порядку (RZFG) та з вирівнюванням ПУ по АЩ 2-го шару моделі

Вирівнюючи в ПУ для наступного етапу рішення ОЛЗ АЩ усіх шарів по АЩ 2-го шару з попереднього розв'язку (рис. 12а), методом з уточнюючими поправками вищого порядку (RZFG) отримаємо новий розв'язок ОЛЗ (рис. 12б), у якому в 1-ому шарі маємо реальну АЩ $0,50 \text{ г/см}^3$, у 2-5-ому – трохи більшу, а в 6-ому – $0,54 \text{ г/см}^3$. Далі, вирівнюючи ПУ всіх шарів по АЩ 1-го шару (рис. 12б), після 10 ітерацій отримаємо новий розв'язок ОЛЗ (рис. 13а), який є задовільним, але в нижній частині розрізу ще відрізняється від реального.

Виявилось, що при новому вирівнюванні ПУ по 1-шару попереднього розв'язку ОЛЗ (рис. 13а) можна отримати майже реальний розв'язок ОЛЗ для всіх шарів у розрізі моделі (рис. 13б) з дуже високою точністю відновлення поля ($Re=0,0023 \text{ мГал}$). Таким чином, при постійній АЩ алгоритм розв'язку ОЛЗ з вирівнюванням ПУ та використанням уточнюючих ітераційних поправок вищого порядку приводить до повного відновлення модельного ПСТ.

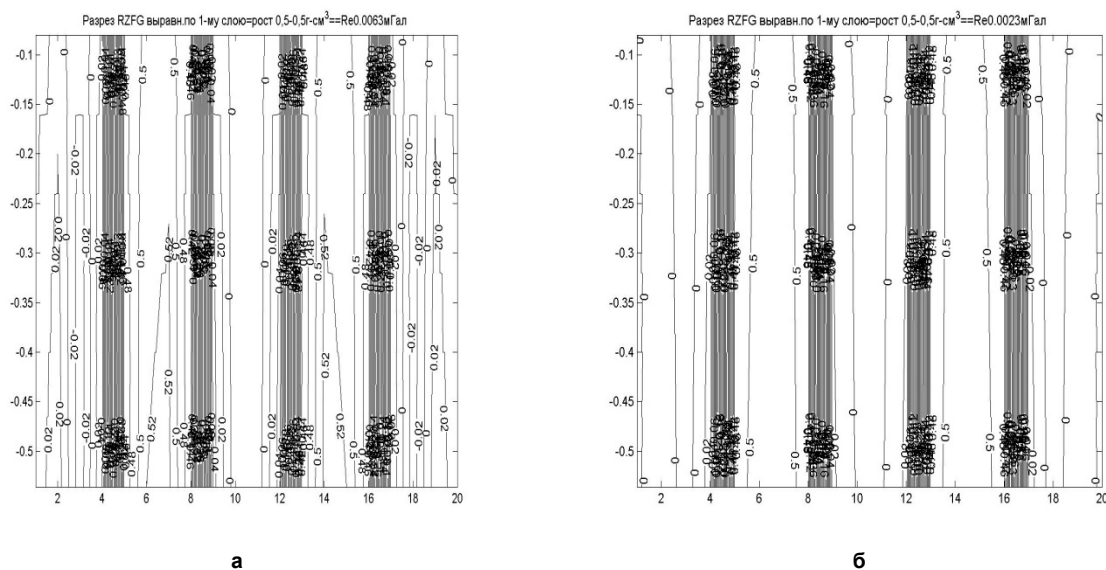


Рис. 13. Вертикальні розрізи АЩ:

а – результат продовження розв'язку ОЛЗ методом із уточнюючими ітераційними поправками вищого порядку (RZFG) та з вирівнюванням ПУ по АЩ 1-го шару моделі з досягненням середньої нев'язки поля $Re=0,0063$ мГал;
 б – результат наступного продовження при тих же параметрах, але з досягненням $Re=0,0023$ мГал

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших пошуків у даному напрямку. До відомих раніше методів розв'язання обернених задач із використанням додаткових уточнюючих ітераційних поправок вищого порядку долучені методи з виправленням основної ітераційної поправки за зміну глибини до блоків, що дозволило одержувати більш достовірні результати інтерпретації даних гравіметрії у випадках зростання чи спаду густини ГП з глибиною. Але запропоновані алгоритми коригування основної ітераційної поправки за зміну глибини до блоків не дають високої ефективності і забезпечують задовільний розв'язок ОЛЗ тільки багаторазовим використанням декількох методів та методичних прийомів.

Необхідно розробляти методи з іншими формулами коефіцієнтних функцій для коригування ітераційних поправок за зміну глибини для порівняння їхньої ефективності із запропонованими й більш ранніми методами.

Список використаних джерел

1. Кобрунов А. И. Теория интерпретации данных гравиметрии для сложнопостроенных сред : учебное пособие / А. И. Кобрунов. – К.: МВССО УССР УМЖ ВО, 1989. – 100 с.
2. Миненко П. А. Теоретическое обоснование преобразования моделей решения некорректной линейной задачи гравиметрии в корректную с оптимизацией итерационного процесса на основе условно-экстремальных критериев / П. А. Миненко // Теория и практика геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий : матер. 32-й сессии междунар. науч. семинара им. Д. Г. Успенского (29.01-01.02.2005 г.). – Пермь, 2005. – С.115–118.
3. Миненко П. А. Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии / П. А. Миненко // Геоинформатика. – К. – 2006. – № 4. – С. 41–45.
4. Миненко П. А. Упрощенные алгоритмы решения обратных задач гравиметрии фильтрационными методами / П. А. Миненко, Р. В. Миненко // Геоинформатика. – К. – 2012. – № 2(42). – С. 27–29.
5. Миненко П. О. Обернені лінійні задачі гравіметрії та магнітометрії з уточнюючими ітераційними поправками вищого порядку / П. О. Миненко // Вісник Київського університету. – 2014. – № 1(64). – С. 78–82.
6. Петровский А. П. Повышение геологической эффективности решения обратных задач геофизики на основе использования критериев оптимальности дифференциального типа / А. П. Петровский // Геоинформатика. – 2004. – № 4. – С. 50–54.
7. Петровский А. П. Математические модели и информационные технологии интегральной интерпретации комплекса геолого-геофизических данных: дис. ... доктора физ.-мат. наук: 04.00.22 / Петровский А. П. – К., 2006. – 364 с.

8. Старостенко В. И. Сейсмогравитационный метод: принципы, алгоритмы, результаты / В. И. Старостенко, В. Г. Козленко, А. С. Костюкевич // Вісник АН УРСР. – 1986. – № 12. – С. 28–42.
9. Страхов В. Н. Об устойчивых методах решения линейных задач геофизики II. Основные алгоритмы / В. Н. Страхов // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1990. – № 8. – С. 37–64.
10. La Fehr T. R. Fundamentals of gravity exploration / T. R. La Fehr, M. N. Nabighian // SEG. – 2012. – 218 p.
11. Leaman D. E., The gravity terrain correction – practical considerations / D. E. Leaman // Exploration Geophysics. – 1998. – № 29. – P. 467–471.
12. Ma X. Q. Terrain correction program for regional gravity surveys / X. Q. Ma, D. R. Watts // Computers and Geosciences. – 1994. – № 20. – P. 961–972.

References

1. Kobrunov, A.I. (1989). *Teoriya interpretatsii dannykh gravimetrii dlia slozhnopostroyennykh sred*. Kyiv: MVSSO USSR UMZh VO. [in Russian].
2. Minenko, P.A. (2005). Teoreticheskoe obosnovanie preobrazovaniya modelei resheniya nekorrektnoy lineynoy zadachi gravimetrii v korrektnuyu s optimizatsiej iteratsionnogo processa na osnove uslovno-ekstremalnykh kriteriev. *Teoriya i praktika geologicheskoy interpretatsii gravitatsionnykh i magnitnykh anomalij. Proceedings of the 32th Session of D.G. Uspenskii's Internat. Workshop*. (pp. 115–118). Perm, 29.01–01.02.2005. [in Russian].
3. Minenko, P.A. (2006). Issledovanie kristalicheskogo fundamenta lineyno-nelineynymi metodami magnitometrii i gravimetrii. *Geoinformatika*, 4, 41–45. [in Russian].
4. Minenko, P.A., Minenko, R.V. (2012). Uproshchennye algoritmy resheniya obratnykh zadach gravimetrii filtratsionnymi metodami. *Geoinformatika*, 2(42), 27–29. [in Russian].
5. Minenko, P.O. (2014). Obenereni liniyni zadachi gravimetrii tamagnitometrii z utochnjuyuchimi iteratsionnymi popravkami vishchogo porjadku // *Visnyk of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Geology*, 1(64), 78–82. [in Ukrainian].
6. Petrovskij, A.P. (2004). Povyshenie geologicheskoy effektivnosti resheniya obratnykh zadach geofiziki na osnove ispolzovaniya kriteriev optimalnosti differentsialnogo tipa. *Geoinformatika*, 4, 50–54. [in Russian].
7. Petrovskij, A.P. (2006). Matematicheskie modeli i informatsionnye tehnologii integralnoj interpretatsii kompleksa geologo-geofizicheskikh dannykh. *Doctor's dissertation (Geophysics in Phys.-Math. Sciences)*. Kyiv. [in Russian].
8. Starostenko, V.I., Kozlenko, V.G., Kostjuevich, A.S. (1986). Sejsmogravitatsionnyy metod: principy, algoritmy, rezultaty. *Visnik AN URSS*, 12, 28–42. [in Russian].
9. Strahov, V. N. (1990). Ob ustojchivykh metodah reshenij alineinykh zadach geofiziki. Chapter 2. Osnovnye algoritmy. *Izv. AN SSSR. Fizika Zemli*, 8, 37–64. [in Russian].
10. La Fehr, T.R., Nabighian, M.N. (2012). *Fundamentals of gravity exploration*. SEG, 218 p.
11. Leaman, D.E. (1998). The gravity terrain correction – practical considerations. *Exploration Geophysics*, 29, 467–471.
12. Ma, X.Q., Watts, D.R. (1994). Terrain correction program for regional gravity surveys. *Computers and Geosciences*, 20, 961–972.

Надійшла до редколегії 30.06.15

R. Minenko, MSc
E-mail: maestozo.1_pavel@mail.ru
P. Minenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof.
Kryvyi Rih National University
54 Gagarina Ave., Kryvyi Rih, 50086 Ukraine
Yu. Mechnikov, Engineer-Geologist
Kryvyi Rih Geophysical Department
2 Geologichna Str., Kryvyi Rih, 50001 Ukraine

PROBLEM OF SUSTAINABLE SOLUTIONS OF THE INVERSE LINEAR EQUATIONS IN GRAVIMETRY

Purpose – on the based of theoretical examples o develop the methodology for recognition of cases of constant density and its rise or decline with depth. For every example, to find the empirical coefficient functions for correcting the effect of block depths on the value of the basic iterative correction.

The inverse problem of gravimetry is incorrect. Partially incorrectness of their solutions are reduced by the size of grid-block interpretation model of the geological environment, that are equal to the size of the gravity field maps. In such a way sustainable solutions are obtained. If the depth of all layers and the density of the block model are known, the inverse problem of linear gravity in the class of uniqueness of the solution might be to solved for the second part of the blocks. Such problem solvation are are used for structural geology, mainly in oil and gas areas, where many wellsand whole entire area of map are covered by field seismic surveys of geological structures. In the ore regions seismic investigations do not commonly carried out and therefore the morphology of the geological structures is unknown. Much wells are not drilled here. On crystalline shields wells are not always reach the boundary between the sedimentary cover and crystalline rockso they reach a few meters or a few tens of meters below. In such a case a narrow class of uniqueness can only be a single-layer model with blocks in the form of semi-infinite vertical prisms. The results of solving the inverse problem for this model are far from the real density distribution in the geological massif. At changing for a more detailed model, which consists of a limited vertical blocks grouped in horizontal layers, we can observe a reduction in the density of deeper blocks while solving inverse problems of iterative methods for real and theoretical fields , although their actual density does not change with depth. Roman Minenko developed a two-step procedure for the preparation of sustainable and meaningful solutions of inverse linear problems of gravimetry for additional solutions with iterative clarifies amendments. But it is useful only in cases of constant density of highly anomalous bodies in the vertical direction. In this paper, for the cases of rise or decline of density with depth, the basic iterative correction coefficient functions introduced to adjust the depth of its impact on the placement of blocks. Appearance of the functions depend on the direction of changes in rock density. The final distribution of density is usually achieved by using optimization techniques with higher-order corrections.

Keywords: gravimetry, inverse problem, iterative method, iterative correction, optimization criterion, the effect of depth on the amendment.

Р. Миненко, магистр
E-mail: maestozo.1_pavel@mail.ru
П. Миненко, д-р физ.-мат. наук, проф.
Криворожский национальный университет
пр. Гагарина, 54, г. Кривой Рог, 50086, Украина
Ю. Мечников, инженер-геолог
Криворожская геофизическая партия,
ул. Геологическая, 2, г. Кривой Рог, 50001, Украина

ПРОБЛЕМА СОДЕРЖАТЕЛЬНОСТИ УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ ОБРАТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ

Цель работы – на теоретических примерах разработать методику распознавания случаев постоянной плотности, ее роста или спада с глубиной, и в каждом случае найти эмпирические коэффициентные функции для исправления влияния глубины до блоков на величину основной итерационной поправки.

Обратные задачи гравиметрии некорректны. Частично некорректность их решений уменьшают выбором размеров сеточной блоковой интерпретационной модели геологической среды, равных размерам карты поля силы тяжести, и получают устойчивые решения. Если глубины ко всем слоям и плотности части блоков модели известны, то для второй части блоков решают обратную линейную задачу гравиметрии (ОЛЗГ) в классе единственности решения. Такие задачи решают для структурной геологии, в основном, в нефтегазовых районах, где много скважин и вся площадь карты поля покрыта сейсмическими исследованиями геологических структур. В рудных районах сейсмические исследования почти не выполняются, а поэтому форма геологических структур неизвестна. Скважин также немного, а на кристаллических щитах они не всегда достигают границы осадочного комплекса с кристаллическими породами или проходят по ним первые метры или первые десятки метров. В таких условиях узким классом единственности может быть только однослойная модель с блоками в форме полубесконечных вертикальных призм. Результаты решения обратной задачи для такой модели далеки от реального распределения плотности в геологическом массиве. С переходом на более детальную модель, которая состоит из ограниченных по вертикали блоков, сгруппированных в горизонтальные слои, в решении обратных задач итерационными методами на теоретических и реальных полях мы наблюдаем уменьшение плотности в более глубоких блоках, хотя реально их плотность с глубиной не меняется. Р.В. Миненко разработал двухэтапную методику получения устойчивого и содержательного решения ОЛЗГ по дополнительному решению с уточняющими итерационными поправками. Но она пригодна только в случаях постоянной плотности высокоаномальных тел в вертикальном направлении. Для случаев роста или спада плотности с глубиной в настоящей работе в основную итерационную поправку введены коэффициентные функции для корректировки влияния на нее глубины размещения блоков. Вид функций зависит от направления изменения плотности пород. Окончательное распределение плотности, как правило, достигается использованием методов оптимизации с уточняющими поправками более высоких порядков.

Ключевые слова: гравиметрия, обратная задача, итерационный метод, итерационная поправка, критерий оптимизации, влияние глубины на поправку.