

ГЕОФІЗИКА

УДК 550.834.048

Г. Продайвода, д-р фіз.-мат. наук, проф.
prodgeo@ukr.net;П. Кузьменко, канд. геол. наук, доц.
pavlokn@ukr.net;А. Вижива, асп.
motomustanger@ukr.netКиївський національний університет імені Тараса Шевченка
ІНІ "Інститут геології", вул. Васильківська, 90, м. Київ, 03022, Україна**МОДЕЛЮВАННЯ ГОДОГРАФУ ВІДБИТИХ ХВИЛЬ
ДЛЯ СИЛЬНО АНІЗОТРОПНОГО ГЕОЛОГІЧНОГО СЕРЕДОВИЩА
З ГОРИЗОНТАЛЬНОЮ ГРАНИЦЕЮ***(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром фіз.-мат. наук, проф. Б.П. Масловим)*

У більшості систем обробки сейсмічних даних кінематичні поправки для сейсмічних відбиттів в умовах монотипних моделей геологічного середовища, розглядаються як гіперболічні, якщо максимальна відстань джерела від приймача (офсет), не перевищує глибини до відбиваючої границі. Для анізотропних моделей приймається до уваги наявність відхилення від гіперболічної поправки навіть для малих розносів. Недостатнє усвідомлення важливості негіперболічної кінематичної поправки значно знижує якість обробки сейсмічних даних та точність їхньої інтерпретації, особливо тих даних, які одержані з довго-офсетною системою спостережень. У цій статті розглядається вплив симетрії шару на форму площинного годографа квазіпоздовжньої хвилі для товстощарової моделі з горизонтальними границями, пружні сталі якої відповідають реальним, що визначені за сейсмічними методами в осадових товщах порід у природному заляганні. В роботі описуються та апробовуються алгоритми і програма чисельних розрахунків площинних годографів відбитих квазіпоздовжніх хвиль горизонтально-шаруватого середовища триклінної та ромбічної симетрії. Алгоритм ґрунтується на розв'язку задачі відбиття-заломлення хвилі на плоскій границі двох анізотропних середовищ. Для визначення відбитого і заломленого променів застосовується закон Снеліуса у вигляді рівності дотичних до границі компонент векторів рефракції (падаючої, відбитої, заломленої хвилі). Для знаходження проекції вектора рефракції відбитої хвилі на нормаль до відбиваючої поверхні використовують рівняння рефракції. Для моделей триклінної і ромбічної симетрії карти ізохрон площинних годографів мають азимутальний характер залежності, розташування екстремальних значень підпорядковане наявним елементам симетрії, зокрема для моделей ромбічної симетрії – площинам симетрії і осям другого порядку. Вперше на реальних пружних сталих для товщі глини встановлено, що симетрія карти ізохрон площинного годографа горизонтально шаруватого середовища строго відповідає пружній симетрії глинистого шару. Встановлено, що довго-розносні площинні годографи відбитих квазіпоздовжніх хвиль надають можливість оцінки пружної симетрії товщі та визначати характер азимутальної анізотропії сейсмічних швидкостей. Розроблений підхід відкриває широкі можливості для дослідження більш складних сейсмічних моделей, в яких негіперβολідність обумовлюється нахилом і кривизною відбиваючих границь, а також неоднорідністю геологічного середовища.

Ключові слова: годограф відбитих хвиль, анізотропія, симетрія, негіперβολідність.

Вступ. Застосування інваріантно-поляризаційного сейсмічного методу для визначення пружних сталих товщ осадових порід вперше забезпечило однозначну оцінку їх пружної симетрії [9]. Виявилось, що пружні сталі товщ глинистих і піщано-глинистих осадових порід мають планальну триклінну симетрію, а їх інтегральні коефіцієнти пружної анізотропії сягають величини майже 22%. Пружна симетрія карбонатної товщі задовольняє аксіальній ромбічній симетрії, а її коефіцієнт пружної анізотропії має величину більше 13%.

Наявність значної азимутальної анізотропії сейсмічних швидкостей в товщах осадових порід природного залягання значно ускладнює проведення таких найбільш важливих кроків обробки та інтерпретації сейсмічних даних, як корекція нормального приросту часу (NMO), аналіз швидкостей, міграція, AVO-аналіз [2,8].

Постановка проблеми. В традиційних системах обробки сейсмічних даних кінематичні поправки для відбиттів монотипних моделей вважаються гіперболічними, якщо довжина розносів не перевищує глибини до відбиваючої границі. Для анізотропних моделей приймається до уваги наявність відхилення від гіперболічної поправки навіть для малих розносів. Недостатнє усвідомлення важливості негіперболічної кінематичної поправки значно погіршує якість обробки сейсмічних даних, які одержані з довго-розносними установками.

Разом з тим, стає очевидним, що довго-розносна кінематична поправка має велике значення при дослідженні параметрів анізотропії сейсмічних хвиль та при аналізі змін амплітуд в AVO-аналізі. В цілому ряді робіт [16, 18] було розглянуто внесок анізотропії в довго-

розносну кінематичну поправку у випадку поперечно-ізотропної симетрії із вертикальною орієнтацією її головної осі.

І. Цванкін та Л. Томсен [19] побудували загальне рівняння негіперболічної кінематичної поправки, яка базується на NMO (нуль-офсетній) швидкості V_{NMO} та біквадратному коефіцієнтові кінематичної поправки A_4 функції $t^2(x^2)$.

Поведінка негіперболічної поправки стає набагато складнішою, а вибір методу оцінки V_{NMO} неоднозначним, якщо середовище має сильну азимутальну сейсмічну анізотропію. Складність їх застосування обумовлена залежністю біквадратної поправки A_4 від азимуту, так як азимутальна залежність V_{NMO} – еліпс [15, 19], що описується трьома параметрами, A_4 визначається п'ятьма величинами, коректна оцінка азимутальної залежності променевої швидкості залишається проблематичною.

У випадку азимутальної анізотропії задача відбиття-заломлення сейсмічних хвиль є суттєво тримірною [2, 4, 9, 13]. Це обумовлено наявністю двох типів хвиль: фазової, напрямок якої співпадає із хвильовою нормаллю до фронту хвилі, та променевої, яка визначає напрямок розповсюдження потоку енергії хвилі. Вектор пружних зміщень фазової швидкості і вектор хвильової нормалі не колінеарні, а вектор променевої швидкості є не колінеарним із векторами хвильової нормалі і пружних зміщень.

Площина падіння хвилі на границі двох анізотропних середовищ, в якій відбувається явище відбиття-заломлення хвиль, визначається нормаллю до фронту хвилі, а не променем падаючої хвилі, а також нормаллю до відбиваючої границі в точці її перетину із проме-

нем падаючої хвилі. Так званий "центровий" промінь, вздовж якого хвиля при відбитті повертається у точку збурення, не ортогональний до відбиваючої границі.

Оскільки у випадку азимутальної сейсмічної анізотропії всі основні принципи обробки та інтерпретації сейсмічних даних для ізотропних моделей порушуються, то введення одномірних негіперболічних поправок по своїй суті є не коректним. Оскільки задача відбиття-заломлення хвиль у середовищі із азимутальною анізотропією є по суті тримірною, площинний годограф відбитої хвилі в ізотропному середовищі являє собою гіперболоїд обертання [8, 11].

Проблема оцінки нормального приросту часу і впливу азимутальної анізотропії на величину довго-розносної кінематичної поправки є надзвичайно складною. Оскільки використання розвинення в ряд Тейлора $t^2(x^2)$ годографа [15, 16, 18, 19] вимагає апіорі визначення в аналітичній формі азимутальної залежності променевої швидкості, яку одержати для низькосиметричного анізотропного середовища практично неможливо. Лише при наявності в анізотропному середовищі площини симетрії, для її розтину дійсно можна одержати двомірне векторне рівняння променевої швидкості. Його можна розглядати як параметричну форму хвильової поверхні [13].

В роботі [17] для отримання явної аналітичної залежності групової швидкості квазіпоздовжної хвилі від напрямку запропоновано розвинення в ряд за сферичними функціями. Було розглянуто анізотропне середовище поперечно-ізотропної симетрії. Коефіцієнти цього розвинення засновуються на визначенні швидкості V_{NMO} . Разом з тим, питання оцінки точності променевої швидкості у випадку сильно анізотропного низькосиметричного азимутального середовища цим методом залишається відкритим.

Для подолання існуючих труднощів і неоднозначності при виборі методики співставлення параметрів годографа при визначенні V_{NMO} і нормального приросту часу та при визначенні довго-розносної кінематичної поправки необхідні певні методичні уточнення і спеціальні дослідження. Формально суть кінематичної поправки можна розглядати як процедуру визначення відхилення часу розповсюдження відбитої хвилі в реальному анізотропному геологічному середовищі від часу розповсюдження цієї ж хвилі в деякому найближчому до цього анізотропного середовища ізотропному середовищі, при умові розповсюдження хвиль по однаковим траекторіям променів. Оскільки форма годографа в найближчому до реального анізотропного геологічного середовища є гіперболоїдом обертання, то логічно і цю кінематичну поправку називати негіперболоїдною. Умови необхідні і достатні для вибору найближчого ізотропного середовища до реального анізотропного середовища за пружними властивостями можна знайти в роботах [1, 6, 13].

У цій статті розглядається вплив симетрії шару на форму площинного годографа квазіпоздовжної хвилі для товстошарової моделі, пружні сталі якої відповідають реальним, що визначені сейсмічними методами в осадових товщах порід у природньому заляганні. Описуються і апробовуються алгоритми і програма чисельних розрахунків площинних годографів відбитих квазіпоздовжних хвиль шаруватого середовища триклінної симетрії.

Теоретичний аспект. Розглядається задача побудови площинного годографа відбитої квазіпоздовжної хвилі для горизонтального товстошаруватого анізотропного середовища триклінної симетрії [3, 11, 13].

Нехай C_{ijkl} і ρ відповідно пружні сталі та густина шару, а h його потужність. Будемо вважати, що заданий одиничний вектор нормалі до відбиваючої границі $\vec{q}$.

Вводиться локальна система координат, вісь x_3 компланарна вектору $\vec{q}$. Початок локальної системи координат (точка О) співпадає із місцем розташування джерела сейсмічних коливань (рис. 1). Для визначення орієнтації осей локальної системи координат x_1 та x_2 спочатку задається хвильова нормаль падаючої хвилі $\vec{n}^0$, а потім визначається нормаль $\vec{a}$ до площини падіння хвилі $\vec{a} = [\vec{m} \times \vec{q}]$, вздовж якої орієнтована вісь x_2 . Тоді вісь x_1 , яка лежить у площині відбиваючої границі і колінеарна вектору $\vec{b} = [\vec{q} \times \vec{m}]$ [13]. Вектор рефракції падаючої хвилі $\vec{m}^0$ для заданого напрямку хвильової нормалі $\vec{n}^0$ в локальній системі координат знаходять користуючись розв'язком рівняння Гріна-Кристоффеля:

$$[\Lambda_{ij} - \delta_{ij}v^2]U_i = 0, \quad (1)$$

де $\Lambda_{ij} = C_{ijkl}/\rho$; U_i – вектор пружних зміщень, v – фазова швидкість.

Для падаючої квазіпоздовжної хвилі обчислюють фазову швидкість і вектори пружних зміщень. Знаходять вектор променевої швидкості $V_j^{(0)} = A_{ijkl} u_i u_k u_l / u$ і променеві кути падаючої хвилі θ_1 і ϕ_1 , а також вектор рефракції $\vec{m}^0 = \vec{n}^0 / v$.

Чисельний розв'язок задачі відбиття-заломлення хвилі ґрунтується на законі Снеліуса для анізотропного середовища, згідно з яким вектори рефракції падаючої, відбитих та заломлених хвиль відрізняються один від одного лише проекціями на нормаль до відбиваючої поверхні, а проекції векторів рефракції на граничну площину $\vec{b}$ повинні бути векторно однаковими між собою [3, 4, 6, 10, 13]. Лише у тому випадку, коли заданий вектор $\vec{b}$, з'являється можливість визначення напрямків і швидкостей (векторів рефракції) відбитих та заломлених хвиль, при умові коли ці параметри задані для падаючої хвилі.

Задача визначення проекцій векторів рефракції ξ відбитих хвиль на вісь x_3 локальної системи координат зводиться до розв'язку рівняння поверхні рефракції [13]:

$$|\Lambda^m - 1| = |\Lambda^m| - \Lambda_c^m + \Lambda_c^m - 1 = 0, \quad (2)$$

де $\Lambda^m = \lambda_{ijkl} m_j m_k$.

Спочатку параметризують рівняння (2) шляхом підстановки в нього загального виразу вектора рефракції:

$$\vec{m} = \vec{b} + \xi \vec{q}, \quad (3)$$

в якому невизначеним залишається лише оператор ξ , а $\vec{q}$ і $\vec{b}$ задані. В результаті одержуємо рівняння поліному 6-го ступеня із дійсними коефіцієнтами [13]:

$$|\Lambda^m - 1| = A_0 \xi^6 + 2A_1 \xi^5 + A_2 \xi^4 + 2A_3 \xi^3 + A_4 \xi^2 + A_5 \xi + A_6 = 0; \quad (4)$$

де

$$\begin{aligned} A_0 &= |\Lambda^q|; \quad A_1 = (\Lambda^q - B)_c; \quad A_2 = [\bar{\Lambda}^q (\Lambda^b - 1) + 4B\bar{\Lambda}^q]_c; \\ A_3 &= 4|B| + [(\Lambda^q + \Lambda^b - \bar{\Lambda}^q - \bar{\Lambda}^b)B]_c - \Lambda_c^q B_c + (\Lambda^q B)_c; \\ A_4 &= [(\Lambda^b - 1)\Lambda^q + 4B(\Lambda^b - 1)]_c; \quad A_5 = [(\Lambda^b - 1)B]_c; \\ A_6 &= [\Lambda^b - 1] \end{aligned} \quad (5)$$

Тут компоненти тензора другого рангу позначені B_{ij} знаходять за формулою:

$$B_{il} = \frac{1}{2} \lambda_{ilk} (b_j q_k + q_j b_k); \quad (6)$$

А тензорні взаємні матриці визначають із співвідношень:

$$\bar{\Lambda}_{ns}^q = \frac{1}{2} \varepsilon_{ils} \varepsilon_{imn} \Lambda_{il}^q \Lambda_{jm}^q; \quad \Lambda_{il}^q = \lambda_{ijk} q_j q_k;$$

$$\bar{\Lambda}_{ns}^b = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijs} \varepsilon_{imn} \Lambda_{il}^b \Lambda_{jm}^b; \quad \Lambda_{il}^b = \lambda_{ijk} b_j b_k;$$

$$\bar{B}_{ns} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijs} \varepsilon_{imn} B_{il} \Lambda_{jm}^q. \quad (7)$$

Тензорні матриці, взаємні до суми тензорних матриць, визначають наступним чином:

$$(\bar{\Lambda}^q + \bar{\Lambda}^b)_{ns} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijs} \varepsilon_{imn} (\Lambda_{il}^q + \Lambda_{il}^b) (\Lambda_{jm}^q + \Lambda_{jm}^b), \quad (8)$$

зокрема слід добутку тензорних матриць визначають за формулою

$$[(\Lambda^{b-1})B]_c = (\Lambda^{b-1})_{ij} B_{ji}, \quad (9)$$

а для сліду різниці тензорних матриць справедлива рівність

$$(\bar{\Lambda}^q - B)_c = \bar{\Lambda}_c^q - B_c, \quad (10)$$

детермінант тензорної матриці можна представити у такому вигляді:

$$|\Lambda^q| = \frac{1}{6} \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{imn} \Lambda_{il}^q \Lambda_{jm}^q \Lambda_{kn}^q, \quad (11)$$

ε_{ijk} , ε_{imn} – тензори Левічі-Віта, с- слід тензорної матриці.

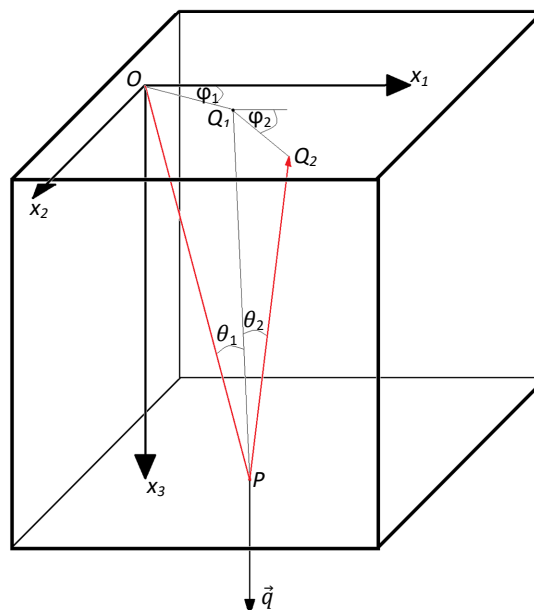


Рис. 1. Променева схема розповсюдження для відбитої квазіпоздовжньої сейсмічної хвилі в горизонтальному товстошаруватому анізотропному середовищі

Рівняння має шість коренів (дійсних або комплексних спряжених), з яких для відбитих хвиль відбирають три від'ємних корені, а для заломлених – три додатні.

Складові вектора рефракції $\vec{m}$ відбитих хвиль повинні задовольняти умові випромінювання:

$$(\vec{m} \cdot \vec{V}^{(i)}) < 0, \quad (12)$$

де $\vec{V}^{(i)}$ – вектор променевої швидкості.

Якщо знайдено вектор рефракції відбитої хвилі $\vec{m}$, то можна обчислити і компоненти вектора хвильової нормалі відбитої хвилі:

$$n_1 = m_1 v, \quad n_2 = m_2 v, \quad n_3 = m_3 v, \quad (13)$$

Оскільки $|\vec{m}| = \frac{1}{v}$.

Компоненти вектора променевої швидкості обчислюємо за формулою [13]:

$$\bar{V}_i^{(i)} = \frac{c_{ijk} (\Lambda^m - 1)_{jl} m_k}{(\Lambda^m - 1)_c}, \quad (14)$$

а потім після його нормування знаходимо променеві кути θ_2 і ϕ_2 . Час розповсюдження t_1 для падаючого і t_2 для відбитого променів розраховують за формулами:

$$t_1 = \frac{h}{V(\theta_1) \cos \theta_1}, \quad t_2 = \frac{h}{V(\theta_2) \cos \theta_2}, \quad (15)$$

де $V(\theta_1)$ і $V(\theta_2)$ – модулі векторів променевої швидкості, відповідно, падаючої і відбитої сейсмічної хвилі.

Розглянемо траєкторію променя, який розповсюджується від джерела (рис. 1, точка O) до точки перетину з відбиваючою поверхнею (точка P), який після відбиття реєструється в точці Q_2 на поверхні сейсмічних спостережень.

Відрізки проєкцій променя на горизонтальну поверхню спостережень $OQ_1=l_1$ і $Q_1Q_2=l_2$ визначаємо за формулами:

$$l_1 = h \tan \theta_1, \quad l_2 = h \tan \theta_2. \quad (16)$$

Відповідно, оскільки відомі променеві кути падаючої та відбитої хвилі, знаходимо їх проєкції на осі локальної системи координат:

$$x'_1 = l_1 \cos \phi_1, \quad x'_2 = l_1 \sin \phi_1, \\ \bar{x}_1 = l_2 \cos \phi_2, \quad \bar{x}_2 = l_2 \sin \phi_2. \quad (17)$$

Координати точки Q_2 , в якій буде зареєстровано відбиту сейсмічну хвилю, можна обчислити за формулами:

$$x_1 = x'_1 + \bar{x}_1, \quad x_2 = x'_2 + \bar{x}_2. \quad (18)$$

Таким чином, знайдено час і координати точки реєстрації відбитої квазіпоздовжньої хвилі на поверхні спостережень.

Алгоритм програми. Для забезпечення трудомістких чисельних розрахунків розроблений алгоритм і програма, які дозволяють повністю автоматизувати весь

процес розрахунків і графічну візуалізацію одержаних результатів. Блок-схема алгоритму показана на рис. 2. Як видно із наведених даних, вхідні дані для чисельних розрахунків відбитої хвилі включають пружні сталі $C_{\mu\nu}$ і густину ρ горизонтально залягаючого товстошаруватого анізотропного середовища потужністю h . Задають напрямком хвильової нормалі падаючої хвилі $\vec{n}$ і формують базис локальної системи координат. Оскільки пружні сталі задані в стандартній акустичній системі координат, необхідно здійснити їх перетворення до локальної

системи координат. Для цього використовують матричну формулу перетворень пружних сталей [1, 5].

$$C^{\chi'\lambda'}_{\mu\nu} = Q^{\chi'}_{\mu} Q^{\lambda'}_{\nu} C^{\mu\nu}, \quad (19)$$

де $\chi', \lambda', \mu, \nu$ пробігають значення від 1 до 6. Елементи матриці $Q^{\chi'}_{\mu}$ наведені в табл. 1.

Матриця ортогональних перетворень C_{ik} :

$$C_{ik} = \begin{pmatrix} C_{1'1} & C_{1'2} & C_{1'3} \\ C_{2'1} & C_{2'2} & C_{2'3} \\ C_{3'1} & C_{3'2} & C_{3'3} \end{pmatrix} \quad (21)$$

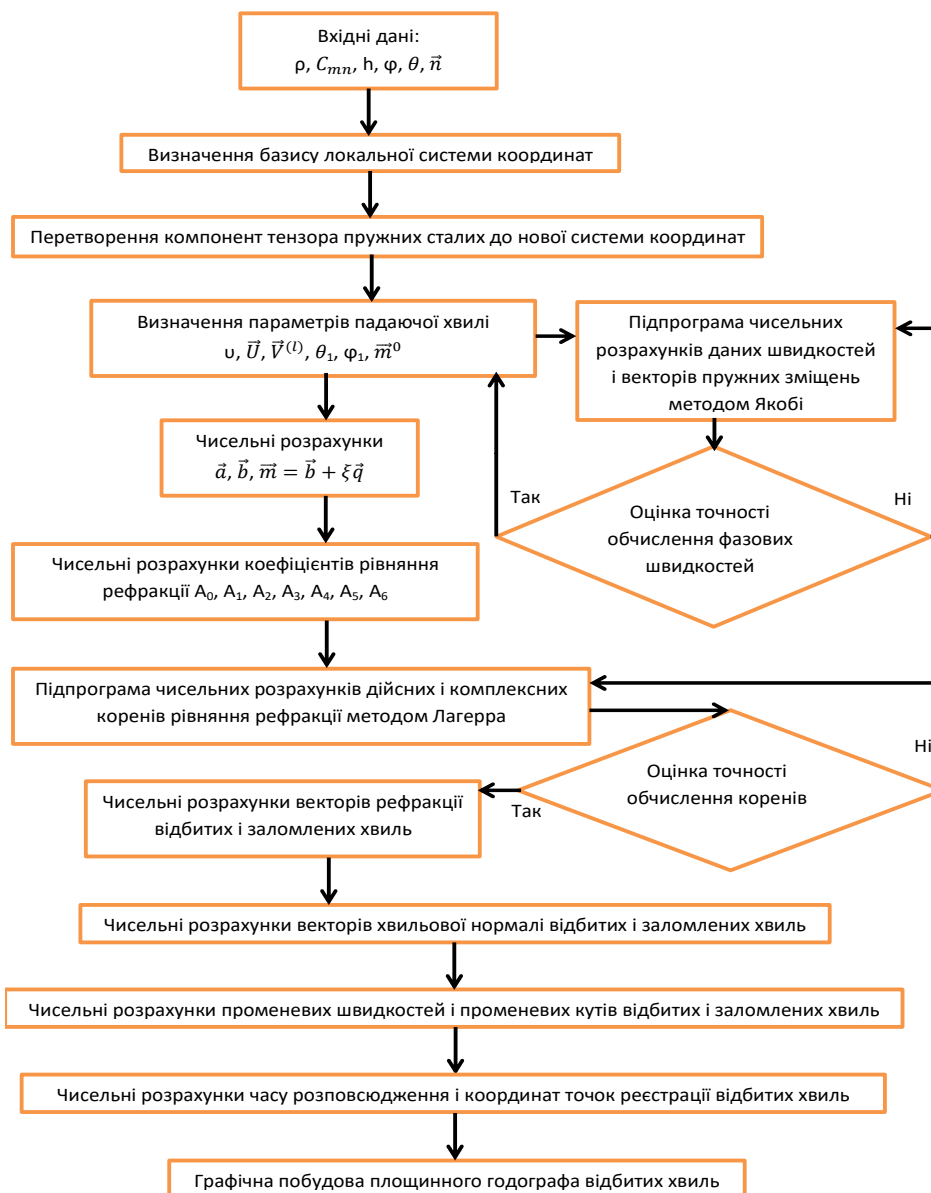


Рис. 2. Блок-схема алгоритму програми чисельних розрахунків і графічного відображення площинного годографа відбитих хвиль анізотропного середовища.

Таблиця 1

Матриця перетворення пружних сталей у заданій системі координат

$Q^{\chi'}_{\mu}$	1	2	3	4	5	6
1'	$C^2_{1'1}$	$C^2_{1'2}$	$C^2_{1'3}$	$2 C_{1'2} C_{1'3}$	$2 C_{1'3} C_{1'1}$	$2 C_{1'1} C_{1'2}$
2'	$C^2_{2'1}$	$C^2_{2'2}$	$C^2_{2'3}$	$2 C_{2'2} C_{2'3}$	$2 C_{2'3} C_{2'1}$	$2 C_{2'1} C_{2'2}$
3'	$C^2_{3'1}$	$C^2_{3'2}$	$C^2_{3'3}$	$2 C_{3'2} C_{3'3}$	$2 C_{3'3} C_{3'1}$	$2 C_{3'1} C_{3'2}$
4'	$C_{2'1} C_{3'1}$	$C_{2'2} C_{3'2}$	$C_{2'3} C_{3'3}$	$C_{2'2} C_{3'3} + C_{2'3} C_{3'2}$	$C_{2'3} C_{3'1} + C_{2'1} C_{3'3}$	$C_{2'1} C_{3'2} + C_{2'2} C_{3'1}$
5'	$C_{3'1} C_{1'1}$	$C_{3'2} C_{1'2}$	$C_{3'3} C_{1'3}$	$C_{3'2} C_{1'3} + C_{3'3} C_{1'2}$	$C_{3'3} C_{1'1} + C_{3'1} C_{1'3}$	$C_{3'1} C_{1'2} + C_{3'2} C_{1'1}$
6'	$C_{1'1} C_{2'1}$	$C_{1'2} C_{2'2}$	$C_{1'3} C_{2'3}$	$C_{1'2} C_{2'3} + C_{1'3} C_{2'2}$	$C_{1'3} C_{2'1} + C_{1'1} C_{2'3}$	$C_{1'1} C_{2'2} + C_{1'2} C_{2'1}$

Зв'язує "стару" систему координат x_i , яка побудована на базисі $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ – це власні вектори акустичного тензора (стандартна акустична система координат) і "нову" x'_i , яка побудована на базисі $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$ – локальна система координат ($\vec{e}'_1 \parallel \vec{b}, \vec{e}'_2 \parallel \vec{a}, \vec{e}'_3 \parallel \vec{q}$). Її називають також матрицею косинусів, оскільки кожен її елемент дорівнює косинусу кута між відповідними осями координат [5]:

$$C_{i'k} = \vec{e}'_i \cdot \vec{e}_k = \cos(\widehat{x'_{i'}, x_k}) \quad (22)$$

Чисельні розрахунки фазових швидкостей квазіпоздовжних хвиль і векторів їх поляризації для заданого напрямку хвильової нормалі здійснюють модифікованим методом обертання Якобі [1,7]. Власні значення і власні вектори тензора Кристофеля $\Lambda_{ij}(\vec{n})$ знаходять чисельно методом обертання, який забезпечує абсолютну стійкість і швидко збіжність ітераційного процесу, на який не впливає зокрема виродження матриці тензора Кристофеля. Визначення векторів пружних зміщень і фазової швидкості забезпечує чисельні розрахунки векторів рефракції, променевої швидкості та променевих кутів хвиль в локальній системі координат.

Для розв'язку рівняння рефракції застосовується метод Лагерра [20]. Алгоритм цієї підпрограми ґрунтується на наступних співвідношеннях для полінома 6-го ступеня із дійсними коефіцієнтами:

$$P_6(x) = (x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_6),$$

$$\ln(P_6(x)) = \ln(x - x_1) + \ln(x - x_2) + \dots + \ln(x - x_6),$$

$$\frac{d \ln(P_6(x))}{dx} = \frac{1}{x - x_1} + \frac{1}{x - x_2} + \dots + \frac{1}{x - x_6} = \frac{P'_6}{P_6} = G, \quad (23)$$

$$-\frac{d^2 \ln(P_6(x))}{dx^2} = \frac{1}{(x - x_1)^2} + \frac{1}{(x - x_2)^2} + \dots + \frac{1}{(x - x_6)^2} = \left(\frac{P'_6}{P_6}\right)^2 - \frac{P''_6}{P_6} = H.$$

Якщо корінь x_1 знаходиться на відстані ζ від поточного наближення, то припускають, що всі інші корені знаходяться на відстані χ :

$$x - x_1 = \zeta, \quad x - x_i = \chi, \quad i = 2, 3, \dots, 6, \quad (24)$$

тоді

$$\frac{1}{\zeta} + \frac{n-1}{\chi} = G, \quad \frac{1}{\zeta^2} + \frac{n-1}{\chi^2} = H, \quad n = 6, \quad (25)$$

звідки

$$\zeta = \frac{n}{G \pm \sqrt{(n-1)(nH - G^2)}}. \quad (26)$$

Знак у формулі (26) перед коренем вибирають таким чином, щоб одержати найбільше значення знаменника. Ітераційний процес побудований таким чином, щоб забезпечити наперед задану точність визначення коренів поліному, тобто, компонент векторів рефракції відбитих і заломлених хвиль. Алгоритм побудований таким чином, що чисельні розрахунки часу розповсюдження відбитої хвилі здійснюють із заданим кроком по заданому азимутальному (0° - 360°) і полярному куту (0° - 70°), і результати виводяться у форматі, який забезпечує побудову поля ізохрон площинного годографа відбитої хвилі в системі графічної візуалізації Surfer.

Таблиця 2
Експериментальні значення (C_{mn} , ГПа) осадової товщі відкладів в робочій системі координат за даними роботи [9]

Матричні індекси mn	Літологія	
	Карбонатна товща	Глиниста товща
11	17.79	9.16
22	14.00	10.04
33	13.85	7.28
44	3.47	0.71
55	3.41	0.86
66	2.71	1.52
12	5.00	1.90
13	9.30	5.81
23	7.00	3.95
14	0	0.29
15	0	0.04
16	0	0.15
24	0	-0.02
25	0	-0.14
26	0	-0.02
34	0	0.32
35	0	0.14
36	0	0.20
45	0	0.02
46	0	0.13
56	0	-0.05
Пружна симетрія	Аксіальна ромбічна	Планальна триклінна
Густина, г/см ³	1.986	2.193
Інтегральний коефіцієнт анізотропії $\frac{A_i}{A_r(A_r)}$	$\frac{13.08}{-}$	$\frac{21.92}{0}$

A_i – інтегральний коефіцієнт анізотропії (ступінь відхилення від ізотропії);

$A_r(A_r)$ – інтегральний коефіцієнт анізотропії;

Негіперболоїдність площинного годографа відбитої квазіпоздовжньої хвилі. Беручи до уваги тримірність поставленої задачі, зроблена спроба оцінити сту-

пінь відхилення площинних годографів відбитої квазіпоздовжньої хвилі від гіперболоїда для азимутально анізотропного горизонтально шаруватого середовища.

Рівняння годографа відбитої поздовжньої хвилі для ізотропного горизонтально шаруватого середовища найближчого до заданого анізотропного середовища має вигляд:

$$t^2 = t_0^2 + \frac{x_1^2}{\bar{v}^2} + \frac{x_2^2}{\bar{v}^2} \quad (29)$$

де $t_0 = \frac{2n}{\bar{v}}$; h – потужність шару; $\bar{v}^2 = \frac{C_{11}^0}{\rho}$ – променева

швидкість; C_{11}^0 – пружна стала ізотропного середовища найближчого до заданого анізотропного середовища.

Рівняння площинного годографа є гіперболоїдом обертання.

У відповідності до загальноприйнятої термінології швидкість NMO визначається із співвідношення:

$$V_{NMO} = \bar{v} = \sqrt{\frac{\bar{C}_{11}}{\rho}}, \quad (30)$$

де $\bar{C}_{11} = \frac{1}{15} [3(C_{11} + C_{22} + C_{33}) + 2(C_{12} + C_{13} + C_{23}) + 4(C_{44} + C_{55} + C_{66})]$, C_{mn} – пружні сталі заданого реального азимутально анізотропного середовища.

Формально пружні сталі ізотропного середовища, найближчого до заданого анізотропного середовища, представляють собою осереднені пружні сталі в наближенні Фойгта C_{mn} [1]. Отже, нормальна кінематична швидкість V_{NMO} площинного годографа, який має форму гіперболоїда обертання, визначається осередненими пружними сталими в наближенні Фойгта. Такий апроксимаційний підхід застосовується і при використанні моделей слабоанізотропного середовища, в яких зазвичай приймають для $C_{mn} = \bar{C}_{mn} + \Delta C_{mn}$ ($\Delta C_{mn} \ll 1$) [17].

Було розглянуто горизонтальні товстошаруваті анізотропні моделі, пружні сталі яких визначалися сейсмічними методами в їх природньому заляганні і наведені в таблиці 2. Як видно із наведених результатів чисельних розрахунків (рис. 3, 4), симетрія карт ізохрон площинних годографів для горизонтально шаруваті глинистої товщі строго відповідає симетрії пружних сталей розглянутих моделей. Для моделей триклінної і ромбічної симетрії карти ізохрон площинних годографів мають азимутальний характер залежності, розташування екстремальних значень підпорядковане наявним елемен-

там симетрії, зокрема для моделей ромбічної симетрії – площинам симетрії і осям другого порядку.

Область найменших значень часу розповсюдження хвилі тяжіє, як і очікувалось, до координат місця розташування джерела сейсмічних коливань, але форма ізохрон асиметрична відносно точки О і це є результатом впливу асиметризації, обумовленої триклінною симетрією глинистої товщі (рис. 3). Відповідно, екстремальні точки ізохрон, які характеризують максимальні величини часу приходу квазіпоздовжньої хвилі для глинистої товщі триклінної симетрії, також розташовуються різко асиметрично.

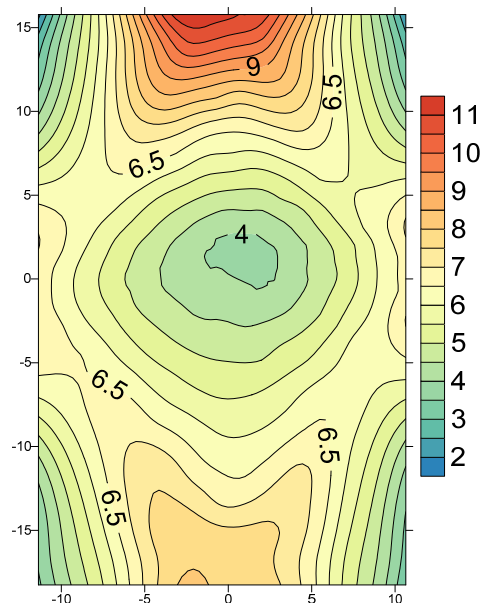


Рис. 3. Карта ізохрон поверхневого годографа квазіпоздовжньої хвилі для горизонтально залягаючої глинистої товщі триклінної симетрії

Вплив аксіальної ромбічної симетрії карбонатної товщі спостерігається на карті ізохрон поверхневого годографа квазіпоздовжньої хвилі (рис. 4). Аксіальний характер азимутальної анізотропії квазіпоздовжньої хвилі проявляється у практичній відсутності екстремальних точок на карті ізохрон, крім очевидної, яка відповідає мінімуму в точці місцезнаходження джерела.

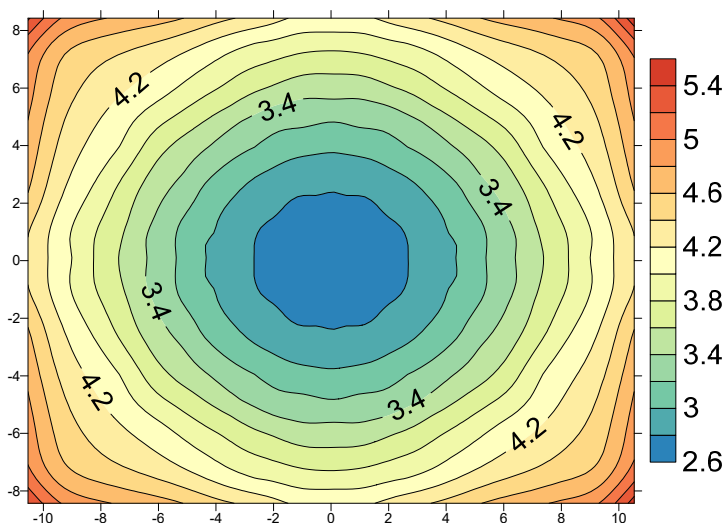


Рис. 4. Карта ізохрон поверхневого годографа квазіпоздовжньої хвилі для горизонтально залягаючої карбонатної товщі ромбічної симетрії

Висновки. Розроблений і апробований алгоритм і програма чисельних розрахунків поверхневих географів для шаруватого середовища триклінної симетрії. Алгоритм ґрунтується на розв'язку задачі відбиття-заломлення хвилі на плоскій границі двох анізотропних середовищ. Для визначення відбитого і заломленого променів застосовується закон Снеліуса у вигляді рівності дотичних до границі компонент векторів рефракції (падаючої, відбитої, заломленої хвилі). Для знаходження проекції вектора рефракції відбитої хвилі на нормаль до відбиваючої поверхні використовують рівняння рефракції.

Вперше на реальних пружних сталих для товщі глин встановлено, що симетрія карти ізохрон площинного географа горизонтально шаруватого середовища строго відповідає пружній симетрії глинистого шару. Це означає, що довго-розносні площинні географи відбитих квазіпоздовжних хвиль надають можливість оцінки пружної симетрії товщі, і, відповідно, визначати характер азимутальної анізотропії сейсмічних швидкостей.

Розроблений підхід відкриває широкі можливості для дослідження більш складних сейсмічних моделей, в яких негіперболоїдність обумовлюється нахилом і кривизною відбиваючих границь, а також неоднорідністю.

Список використаних джерел

1. Александров К.С. Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород / К.С. Александров, Г.Т. Продайвода // Новосибирск. – 2000. – Изд. СО РАН. – 354 с.
2. Вижва С.А. AVO-аналіз та інверсія сейсмічних даних / С.А. Вижва, Г.Т. Продайвода, П.М. Кузьменко // Київ. – 2014. – ВПЦ "Київський університет". – 263 с.
3. Оболенцева И.Р. Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы) / И.Р. Оболенцева, В.Ю. Гречка // Новосибирск. – 1989. – Под ред. С.В. Гольдина. – 225 с.
4. Петрашень Г.И. Распространение волн в анизотропных упругих средах // Ленинград. – 1980. – Наука. – 280 с.
5. Продайвода Г.Т. Теорія і задачі механіки суцільного середовища // Київ. – 1998. – ВЦ "Київський університет" – 183 с.
6. Продайвода Г.Т. Основи сейсмоакустики // Київ. – 2001. – ВЦ "Київський університет". – 296 с.
7. Продайвода Г.Т. Автоматизированная система численного анализа параметров анизотропии объемных упругих волн / Г.Т. Продайвода, В.И. Нейман, Ю.В. Нахшин // Вестник Киевского университета, серия Геология. – 1990. – №9. – с. 43–54.
8. Продайвода Г.Т. Сейсморозвідка / Г.Т. Продайвода, О.А. Трипільський, С.С. Чулков // Київ. – 2008. – ВПЦ "Київський університет". – 315 с.
9. Продайвода Г.Т. Чисельні розрахунки пружних сталих осадових порід у триклінному наближенні за даними вертикального сейсмічного профілювання / Г.Т. Продайвода, П.М. Кузьменко, А.С. Вижва // Геофізический журнал. – 2015. – т. 37. – №3. – С. 102–123.
10. Распространение объемных волн и методы расчета волновых полей в анизотропных упругих средах // Ленинград. – 1984. – Под ред. Г.И. Петрашеня. – Наука. – 283 С.
11. Сейсморозведка: Справочник геофизика // Москва. – 1990. – Под ред. В.П. Номоконова, кн.1. – Недра. – 336 С.
12. Тимошин Ю.В. Мнимый источник сейсмических волн в анизотропной брете / Ю.В. Тимошин, Г.Д. Лесной, Н.Т. Кискина // Вестник Киевского университета, Геология. – 1990. – №9. С. 37 – 43.
13. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах // Москва. – 1965. – Наука. – 386 С.
14. Byun B.S. Anisotropic velocity analysis for lithology discrimination / B.S. Byun, D. Corrigan, J.E. Gaiser // Geophysics. – 1989. – v. 54. – №12. – P. 1564–1574.
15. Grechka, V. Quartic reflection moveout in a weakly anisotropic dipping layer / V. Grechka, A. Pech // Geophysics. – 2006. – v. 71. – №1. – P. D1-D13.
16. Hake H. Three-term Taylor series for $t_2 - x^2$ curves over layered transversely isotropic ground / H. Hake, K. Helbig, C. S. Mesdag // Geophysical Prospecting. – 1984. – v.32. – P. 828 – 850.
17. Colin M. Sayers. Seismic travelttime analysis of azimuthally anisotropic media; theory and experiment / Colin M. Sayers, Daniel A. Ebrum // Geophysics. – 1997. – v.62. – №5. – P.1570 – 1582.
18. Taner M.T. Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions / M.T. Taner, F. Koehler // Geophysics. – 1969. – v.34. – №6. – P. 859 – 881.
19. Tsvankin I. Nonhyperbolic reflection moveout in anisotropic media / I. Tsvankin, L. Thomsen // Geophysics. – 1994. – v.59. – №8. – P. 1290–1304.
20. Press W.H. "Section 9.5.3. Laguerre's Method". *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing* (3rd ed.) / W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery // New York: Cambridge University Press. – P. 466 – 469.

References

1. Alexandrov, K.S., Prodaivoda, G.T. (2000). Anisotropy of elastic properties of minerals and rocks [Anizotropiya uprugikh svoystv mineralov i gornyykh porod]. Novosibirsk: Izd. SO RAN. 354 p. [In Russian].
2. Vyzhva, S.A., Prodayvoda, G.T., Kuzmenko, P.M. (2014). AVO-analysis and seismic data inversion [AVO-analis ta inversiya seismichnykh danykh]. K.: VPC "Kyivskiy Universytet" – Publishing Center "University of Kyiv", 263 p. [In Ukrainian].
3. Obolentseva, I.R., Grechka, V.Yu. (1989). Ray method in anisotropic media (algorithms, programs) [Luchevoy metod v anizotropnoy srede (algoritmy, programmy)]. Under edition of S.V. Goldin, Novosibirsk, 225 p. [In Russian].
4. Petrashen, G.I. (1980). Waves propagation in anisotropic elastic medias [Rasprostraneniye voln v anizotropnykh uprugikh sredakh]. L.: Nauka – Science, 280 p. [In Russian].
5. Prodayvoda, G.T. (1998). Theory and problems of mechanics of continuous media [Teoriya i zadachi mekhaniki sutslinogo sredovyscha]. K.: VPC "Kyivskiy Universytet" – Publishing Center "University of Kyiv", 183 p. [In Ukrainian].
6. Prodayvoda, G.T. (2001). Basics of seismoacoustic [Osnovy seismoakustiky]. K.: VPC "Kyivskiy Universytet" – Publishing Center "University of Kyiv", 296 p. [In Russian].
7. Prodayvoda, G.T., Neyman, V.I., Nakhshyn, Yu.V. (1990). Automated system for numerical analysis of anisotropy parameters of bulk elastic waves [Avtomatizirovannaya sistema chislennogo analiza parametrov anizotropii obemnykh uprugikh voln]. Vestnik Kievskogo universiteta, seria Geologiya – Bulletin of Kyiv University, Series Geology, 9, 43-54. [In Russian].
8. Prodayvoda, G.T., Trypilskiy, O.A., Chulkov, S.S. (2008). Exploration Seismic [Seismorozvidka]. K.: VPC "Kyivskiy Universytet" – Publishing Center "University of Kyiv", 315 p. [In Ukrainian].
9. Prodayvoda, G.T., Kuzmenko, P.M., Vyzhva, A.S. (2015). Numerical calculation of elastic constants for sedimentary strata in triclinic approximation based on vertical seismic profiling data [Chyselnyy rozrakhunky pruzhnykh stalykh za danymy vertykalnogo seismichnogo profiluvannya]. Geofizychniy zhurnal – Geophysical Journal, 37, 3, 102-123. [In Ukrainian].
10. Bulk waves propagation and methods of wave fields calculation in anisotropic elastic medias [Rasprostraneniye obemnykh voln i metody rascheta volnovykh poley v anizotropnykh uprugikh sredakh]. (1984). Pod redakciye G.I. Petrashenya, L.: Nauka – Under edition of G.I. Petrashenya, L.: Science, 283 P. [In Russian].
11. Exploration seismic: Geophysics guide [Seismorozvedka: Spravochnik geofizika]. (1990). Pod redakciye V.P. Nomokonova – Under edition of V.P. Nomokonov, Book 1, M.: Nedra, 336 P. [In Russian].
12. Timoshyn, Yu.V., Lesnoy, G.D., Kiskina, N.T. (1990). The imaginary source of the seismic waves in anisotropic media [Mnimiy istochnik seismicheskikh voln v anizotropnoy srede]. Vestnik Kievskogo universiteta, Geologia – Bulletin of University of Kiev, Geology, 9, 37-43. [In Russian].
13. Fedorov, F.I. (1965). Theory of elastic waves in crystals [Teoriya uprugikh voln v kristalakh]. M.: Nauka – M.: Science, 386 P. [In Russian].
14. Byun, B.S., Corrigan, D., Gaiser, J.E. (1989). Anisotropic velocity analysis for lithology discrimination // Geophysics, 54, 12, 1564–1574.
15. Grechka, V., Pech, A. (2006). Quartic reflection moveout in a weakly anisotropic dipping layer // Geophysics, 71, 1, D1-D13.
16. Hake, H., K. Helbig, and C. S. (1984). Mesdag Three-term Taylor series for $t_2 - x^2$ curves over layered transversely isotropic ground. Geophysical Prospecting, 32, 828-850.
17. Colin M. Sayers, Daniel, A. (1997). Ebrum Seismic travelttime analysis of azimuthally anisotropic media; theory and experiment. Geophysics, 62, 5, 1570-1582.
18. Taner, M.T., Koehler, F. (1969). Velocity spectra-digital computer derivation and applications of velocity functions. Geophysics, 34, 6, 859-881.
19. Tsvankin, I., Thomsen, L. (1994). Nonhyperbolic reflection moveout in anisotropic media. Geophysics, 59, 8, 1290-1304.
20. Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P. (2007). "Section 9.5.3. Laguerre's Method". Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing (3rd ed.). New York: Cambridge University Press. 466-469.

Надійшла до редколегії 27.02.16

G. Prodaivoda, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Professor
prodgeo@ukr.net;
P. Kuzmenko, PhD (in Geology), Associate Professor
pavlokn@ukr.net;
A. Vyzhva, PhD Student
motomustanger@ukr.net;
Institute of Geology, Taras Shevchenko National University of Kyiv
90 Vasylykivska Str., Kyiv, 03022 Ukraine

TRAVEL-TIMES MODELING OF REFLECTED WAVES FOR HORIZONTAL LAYER WITH STRONG ANISOTROPY

In the most seismic data processing software NMO-corrections for monothipic models of subsurface are considered as hyperbolic in the case if maximum offset does not exceed a depth to the reflecting surface. For anisotropic models are considered the presence of deviations from hyperbolic form of NMO-corrections even for small offsets. Awareness lack of the importance of non-hyperbolic moveout significantly reduces the quality of seismic data and the interpretations accuracy, especially for data derived using long-offset acquisition scheme. This article discusses the effect of geological symmetry influence of layer on a form of quasi P-wave travel-times for models with thick horizontal boundaries. Elastic modulus of layers are similar as real and identified using seismic methods in sedimentary strata. The paper describes the results of tests the methods and algorithms of travel-times computation for quasi P-wave in the case of horizontally layered medium with triclinic and orthorhombic symmetry. The algorithm is based on the solving task of reflection and refraction waves on a plane interface with two anisotropic layers. To determine the reflected and refracted rays used the Snell's law as equal to the tangential component of the boundary of the refraction vectors (incident, reflected, refracted waves). For finding the refraction projection of the reflected wave on the normal to the reflection surface is used the equation of refraction.

For models with triclinic and orthorhombic symmetry maps of travel-times isochrones has azimuthal dependence, the location of extreme values adheres to existing elements of symmetry, in particular for models with orthorhombic symmetry to symmetry planes and axes of the second order. For the first time on the real elastic modulus for shale rocks was investigated that the symmetry of the travel-times surface of horizontally layered medium adheres to the elastic symmetry of the shale layer. It was found that long-offset travel-times of reflected waves provide an opportunity to assess the symmetry of layer and determine the nature of the azimuthal anisotropy of seismic velocities. The developed approach opens up wide possibilities for the investigation of complex seismic models in which non-hyperbolic dependence of NMO-corrections determined by the dip and curvature of reflectors, as well as heterogeneity of geological media.

Keywords: travel-times of reflected waves, anisotropy, symmetry, nonhyperbolicity

Г. Продайвода, д-р физ.-мат. наук, проф.
prodgeo@ukr.net;
П. Кузьменко, канд. геол. наук, доц.
pavlokn@ukr.net;
А. Выжва, асп.
motomustanger@ukr.net
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
УНІ "Інститут геології", ул. Васильківська, 90, г. Київ, 03022, Україна

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОДОГРАФА ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН ДЛЯ СИЛЬНО АНИЗОТРОПНОЙ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЫ С ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ГРАНИЦЕЙ

В большинстве систем обработки сейсмических данных кинематические поправки для сейсмических отражений в условиях монотипных моделей геологической среды, рассматриваются как гиперболические, если максимальное расстояние источника от приемника (офсет), не превышает глубины до отражающей границы. Для анизотропных моделей принимается во внимание наличие отклонения от гиперболической поправки даже для малых разносов. Недостаточное осознание важности негиперболической кинематической поправки значительно снижает качество обработки сейсмических данных и точность их интерпретации, особенно тех данных, которые получены с длинно-офсетной системой наблюдений. В этой статье рассматривается влияние симметрии слоя на форму плоскостного годографа квазипродольной волны для толстослойной модели с горизонтальными границами, упругие стали которой соответствуют реальным, определенных по сейсмическим методами в осадочных толщах пород в естественном залегании. В работе описываются и апробируются методы и программа численных расчетов площадных годографов отраженных квазипродольных волн горизонтально-слоистой среды триклинной и ромбической симметрии. Алгоритм основывается на решении задачи отражения-преломления волны на плоской границе двух анизотропных сред. Для определения отраженного и преломленного лучей применяется закон Снеллиуса в виде равенства касательных к границе компонент векторов рефракции (падающей, отраженной, преломленной волн). Для нахождения проекции вектора рефракции отраженной волны на нормаль к отражающей поверхности используют уравнение рефракции. Для моделей триклинной и ромбической симметрии карты изохрон площадных годографов имеют азимутальный характер зависимости, расположение экстремальных значений подчинено имеющимся элементам симметрии, в частности для моделей ромбической симметрии – плоскостям симметрии и осям второго порядка. Впервые на реальных упругих постоянных для толщи глин установлено, что симметрия карты изохрон площадного годографа горизонтально слоистой среды строго соответствует упругой симметрии глинистого слоя. Установлено, что долго-разносные плоскостные годографы отраженных квазипродольных волн предоставляют возможность оценки упругой симметрии толщи и определять характер азимутальной анизотропии сейсмических скоростей. Разработанный подход открывает широкие возможности для исследования более сложных сейсмических моделей, в которых негиперболическая обуславливается наклоном и кривизной отражающих границ, а также неоднородностью геологической среды.

Ключевые слова: годограф отраженных волн, анизотропия, симметрия, негиперболическость.