

УДК 550.831

Р. Міненко, канд. фіз.-мат. наук
E-mail: presto2balbes@gmail.com
Криворізький національний університет
пр. Гагаріна, 57, м. Кривий Ріг, 50086, Україна,
П. Міненко, д-р фіз.-мат. наук, проф.
Криворізький державний педагогічний університет
пр. Гагаріна, 54, м. Кривий Ріг, 50086, Україна,
Ю. Мечніков, геолог
Криворізька геофізична партія
вул. Геологічна, 2, м. Кривий Ріг, 50001, Україна

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ГЛИБИН ДО ГРАНИЦЬ АНОМАЛЬНИХ МАСИВІВ СТІЙКИМИ РОЗВ'ЯЗКАМИ ОБЕРНЕНИХ ЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ МАГНІТОМЕТРІЇ

(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром фіз.-мат. наук, с.н.с. І.М. Корчагіним)

Ціль роботи – створення методів обчислення глибин до границь магнітних аномальних тіл для подальшого їхнього використання в розв'язку оберненої лінійної задачі магнітометрії (ОЛЗМ) із більш реальним відтворенням розподілу інтенсивності намагнічування (ІН) в аномальному тілі (АТ).

Обернені задачі магнітометрії сильно некоректні, зокрема, тому що в багатьох випадках отримуються еквівалентні розподіли намагніченості, які, хоча й стійкі, але набагато відрізняються від розподілу реальної ІН у масиві гірських порід і не дають реальної інформації про будову геологічних структур. З іншого боку, на теоретичних прикладах установлено, що при виборі точної геометрії інтерпретаційної моделі (ІМ) та точних значень ІН у початкових умовах, для кожного блоку ітераційними методами отримують точний розв'язок ОЛЗМ. А при малих відхиленнях цих параметрів отримують майже точні рішення ОЛЗМ, особливо, при використанні в алгоритмах оптимізації декількох видів уточнюючих ітераційних поправок. Це давало авторам цієї статті надію на те, що при різних розмірах моделі, серед результатів інтерпретації можна помітити, який розв'язок ОЛЗМ відповідає дійсності. Але ці надії не виправдалися, так як було отримано неперервну зміну ІН при переході моделі через теоретичну границю тіла. При цьому, деякий час не звертали уваги на зміну інших параметрів ітераційного процесу. Згодом було помічено, що при переході границі ІМ через границю теоретичної моделі (ТМ) графік залежності середньоквадратичної нев'язки (СКН) магнітного поля від глибини до границі АТ має специфічну форму. Це дозволяє встановити глибини до верхньої чи нижньої границі аномального тіла, а в окремих випадках, і глибини до внутрішніх границь багатошарової моделі, що забезпечує більш продуктивне використання нових методів для інтерпретації реального магнітного поля.

Ключові слова: магнітометрія, обернена задача, ітераційний метод, ітераційна поправка, критерій оптимізації, нев'язка поля, глибина до границі тіла.

Вступ. Для успішних пошуків будь-яких родовищ корисних копалин багаторазові розв'язки обернених задач гравіметрії та магнітометрії з різними значеннями параметрів інтерпретаційних моделей є необхідною складовою. А з іншого боку, всі вони є некоректними, зокрема, через те що прямими чи ітераційними методами, з різними ітераційними формулами та критеріями оптимізації інтерпретатори отримують у розв'язках різні значення параметрів для відповідних у просторі елементів ІМ. Але при перевірці стійкості розв'язків часто виявляється невідповідність: при малих похибках поля в ряді точок, отримують великі зміни щільності в блоках, розташованих під цими точками [1]. І тому над вирішенням цієї проблеми продовжують працювати багато вчених і практиків. Негативні розв'язки говорять про те, що це питання досить складне, і до його повного вирішення ще дуже далеко. При цьому успішні приклади свідчать, що проблема може бути вирішена як в загальному, так і в конкретному випадках [2, 4].

Вагомі успіхи були досягнуті після того, як: 1) акад. В.Н. Страхов виставив умову: стійкий та геологічно змістовний розв'язок оберненої лінійної задачі (ОЛЗ) гравіметрії чи магнітометрії (ОЛЗМ) може бути отриманий тільки методами умовної оптимізації [6], крім того, для розв'язку ОЛЗ він розробив ітераційний метод найменших квадратів нев'язки поля [6]; 2) акад. В.І. Старостенко розробив ітераційну поправку для розв'язків СЛАР [5]; 3) П.О. Міненко довів теорему: для стійкого розв'язку ОЛЗГ та ОЛЗМ необхідною умовою є рівність площ карти поля та проекції інтерпретаційної моделі на карту поля [1]. Ця теорема якраз і задовольняє вимоги В.Н. Страхова. Вона була використана для розв'язку ОЛЗ ітераційним методом найменших квадратів В.Н. Страхова для нев'язки поля П.О. Міненком, який розробив фільтраційний ітераційний метод простої ітерації з поправкою В.І. Старостенка, оптимізуючи мінімум суми квадратів ітераційних поправок до аномальної щільності (АЩ) чи ІН гірських порід. В результаті було розроблено оптимізований ітераційний метод гарантованого стійкого розв'язку ОЛЗ для 2-3-шарової інтерпретаційної моделі, в якій кожен го-

ризонтальний шар щільно упакований блоками, що мають форму прямокутної напівнескінченної вертикальної призми та різну й невідому АЩ чи ІН [1, 2]. Але цей метод не гарантує геологічну чи фізичну відповідність отриманих розв'язків ОЛЗ значень середньої АЩ чи ІН кожного блоку моделі тим значенням АЩ чи ІН гірських порід (ГП), які реально попали в об'єм кожного обмеженого по вертикалі блоку і створюють майже те ж саме реальне поле, для якого розв'язують ОЛЗ.

Р.В. Міненко на теоретичних моделях установив, що для рудно-пошукових задач, при наявності у розрізі вертикально витягнутих АТ, щільність чи ІН яких не змінюється з глибиною, у розв'язку обернених ОЛЗ для 6-8-шарових моделей отримуємо майже дворазове зменшення АЩ в блоках шостого шару, а в блоках 1-2-го шарів маємо збільшену у півтора рази АЩ, якщо в початкових умовах для ітераційного процесу ми задаємо середню АЩ усього розрізу. Аналогічні результати дає розв'язок ОЛЗМ. При цьому, у проміжках між АТ ми отримуємо від'ємні значення АЩ чи ІН у верхній частині розрізу та плюсові у нижній. Крім того, сума значень АЩ чи ІН на рівні кожного горизонтального шару ІМ майже не змінюється із глибиною. Це дає можливість оцінити середнє значення АЩ чи ІН вертикального АТ. Але, разом із тим, у нижніх шарах АЩ чи ІН в АТ та у проміжках між ними вирівнюється, внаслідок чого у розв'язку ОЛЗ у нижній частині розрізу з'являються горизонтальні шари. Якщо ж ми задаємо у початкових умовах нульову АЩ, то для блоків першого шару ми отримуємо майже реальну АЩ, а для блоків 6-8-го шарів отримуємо майже в два рази меншу АЩ. Для ІН ця різниця ще більша. Уточнення розв'язку ОЛЗГ було запропоновано виконувати методичними заходами, вирівнюючи початкові умови на другому етапі ітераційного процесу по 2-му чи 3-му шару та використовуючи метод розв'язку ОЛЗ із розробленими для цього ітераційними поправками вищого порядку, які в деяких роботах названі як уточнюючі ітераційні поправки [3, 4].

Незважаючи на те, що всі ці методичні заходи й теоретичні розробки мають емпіричне походження і пояснюють причину такого ефекту, вони дозволяють отримати близькі

до реальних результати розв'язків ОЛЗ лише в тих випадках, коли відомі глибини до нижніх границь усіх АТ, а іноді, й до верхніх. При довільно чи інтуїтивно вибраних границях АТ отримуються еквівалентні розподіли АЩ чи ІН, які змінені пропорційно відношенням об'ємів реальних та модельних АТ. Таким чином, не завжди, не тільки для реальних, а навіть і для теоретичних полів, забезпечується виділення у вертикальному напрямі блоків із підвищеними чи зниженими АЩ чи ІН. Все це є недоліками існуючих методів розв'язків ОЛЗ, а тому треба знайти схеми послідовних розв'язків ОЛЗ відносно тих параметрів, зміна яких достатньо вказує на те, що нижня границя ІМ перескакує через нижню границю реального аномального тіла. Бажано також, щоб це фіксувалося і на границях зміни фізичних властивостей окремих блоків ГП усередині АТ.

Формулювання цілей статті. Створення методів обчислення глибин до границь магнітних аномальних тіл для подальшого їхнього використання у розв'язку оберненої лінійної задачі магнітометрії із реальним відтворенням розподілу інтенсивності намагнічування в аномальному тілі по вертикалі та латералі.

Виклад основного матеріалу дослідження. Спочатку приведемо теоретичний апарат за допомогою якого будемо виконувати необхідні дослідження. Найбільш ефективним є збіжний ітераційний метод розв'язку оберненої задачі (метод В2 [4]) з критерієм оптимізації мінімуму суми квадратів ітераційних поправок B_i до ІН, в якому ітераційні формули для ІН гірських порід J_i , нев'язки поля r_j та поправки Z_i до неї для кожної наступної $(n+1)$ -ої ітерації виводяться послідовно одна з іншої і мають такий вигляд:

$$J_{i,n+1} = J_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,1,n}; \quad (1)$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,1,n}; \quad (2)$$

$$B_{i,1,n+1} = B_{i,1,n} - \tau_{n+1} C_{i,1,n}, \quad (3)$$

де τ_{n+1} , $B_{i,1,n}$ і т.д. – ітераційний коефіцієнт та ітераційні поправки, що обчислюються після кожної попередньої n -ої ітерації з урахуванням наближеного значення ІН $J_{i,n}$ ($i = 1, M$) кожного i -того блоку сіткової моделі, отриманого на тій же ітерації;

$B_{i,1,n} = M_{i,1,n} = (a_{ij} / \lambda_i, r_{j,n})$ – поправка 1-го порядку до ІН;

$$\lambda_i = 2 \sum_j a_{ij} \lambda_j; \quad \lambda_j = \sum_i a_{ij}; \quad \forall a_{ij} > 0; \quad (5)$$

$$\lambda_i = 2 \sum_j (a_{ij} \lambda_j); \quad \lambda_j = \sum_i (a_{ij}); \quad \forall a_{ij} \in R(i, j);$$

$$C_{i,1,n} = (a_{ij} / \lambda_i, Z_{j,1,n}); \quad Z_{j,1,n} = (a_{ij}, r_{j,n}); \quad (6)$$

a_{ij} – елементи матриці розв'язків прямої задачі магнітометрії для прямокутного паралелепіпеда при одиничній аномальній ІН $J_{i,n}$ гірських порід, що представляють собою елементи зв'язку в системі лінійних алгебраїчних рівнянь між кожною j -тою точкою карти вимірюваного магнітного поля $Z_{a,j}$ ($j = 1, N$) й аномальною ІН $J_{i,n}$ кожного i -того блоку сіткової моделі;

$r_{j,n} = (a_{ij}, \sigma_{i,n}) - Z_{a,jj}$ – нев'язка поля на попередній ітерації. (7)

Помножимо скалярно (1) на a_{ij} та віднімемо із лівої й правої частин $Z_{a,jj}$, і з урахуванням (7) одержимо ітераційну формулу для нев'язки поля (2) на наступній ітерації. Аналогічно, помножимо скалярно (2) на a_{ij} / λ_i і

отримаємо ітераційну формулу (3) для поправки 1-го порядку до поправки $B_{i,1,n}$ або 2-го порядку до ІН $J_{i,n}$ на наступній ітерації.

Перемножимо скалярно (3) на a_{ij} і одержимо ітераційну формулу для поправки 1-го порядку до нев'язки поля на наступній ітерації:

$$Z_{j,1,n+1} = Z_{j,1,n} - \tau_{n+1} F_{j,1,n}, \quad (8)$$

де $F_{j,1,n} = (a_{ij}, C_{i,1,n})$ – ітераційна поправка 1-го порядку

до поправки $Z_{j,1,n}$ або 2-го порядку до нев'язки $r_{j,n}$ на наступній ітерації.

Далі перемножимо скалярно (8) на a_{ij} / λ_i , одержимо ітераційну формулу для поправки 1-го порядку до поправки $B_{i,1,n}$ або для поправки 2-го порядку до ІН $J_{i,n}$

$$C_{i,1,n+1} = C_{i,1,n} - \tau_{n+1} E_{i,1,n}, \quad (10)$$

де $E_{i,1,n} = (a_{ij} / \lambda_i, F_{j,1,n})$ – ітераційна поправка 1-го порядку

до поправки $C_{i,1,n}$ або 3-го порядку до ІН $J_{i,n}$ на наступній ітерації.

Перемножимо скалярно (10) на a_{ij} і одержимо поправку 1-го порядку до поправки $Z_{j,1,n}$ або 2-го порядку до нев'язки поля на наступній ітерації:

$$F_{j,1,n+1} = F_{j,1,n} - \tau_{n+1} G_{j,1,n}, \quad (12)$$

де $G_{j,1,n} = (a_{ij}, E_{i,1,n})$ – ітераційна поправка 1-го порядку

до поправки $F_{j,1,n}$ або 3-го порядку до нев'язки $r_{j,n}$ на наступній ітерації.

Далі перемножимо скалярно (12) на a_{ij} / λ_i і одержимо ітераційну формулу для поправки 1-го порядку до поправки $C_{i,1,n}$ або для поправки 3-го порядку до ІН $J_{i,n}$:

$$E_{i,1,n+1} = E_{i,1,n} - \tau_{n+1} K_{i,1,n}, \quad (14)$$

де $K_{i,1,n} = (a_{ij} / \lambda_i, G_{j,1,n})$ – ітераційна поправка 1-го порядку

до поправки $E_{i,1,n}$ або 4-го порядку до ІН $J_{i,n}$ на наступній ітерації;

набір поправок можна продовжити, утворюючи пари поправок $(P_{j,1,n}, S_{i,1,n})$ і т.д.

Складемо критерії оптимізації, опустивши деякі індекси:

$$F_r = \sum_j r_{j,n+1}^2 = (r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,1,n}, r_{j,n} - \tau_{n+1} Z_{j,1,n}) = \min; \quad (16)$$

$$(B, B) = (B - \tau_{1,n+1} C - \tau_{2,n+1} E - \tau_{3,n+1} K)^2 = \min; \quad (17)$$

$$(B, B) = (B - \tau_{1,n+1} C)^2 = \min; \quad (18)$$

$$(B, B) = (B - \tau_{1,n+1} C - \tau_{2,n+1} E)^2 = \min; \quad (19)$$

$$(C, C) = (C - \tau_{1,n+1} E - \tau_{2,n+1} K - \tau_{3,n+1} S)^2 = \min; \quad (20)$$

$$(C, C) = (C - \tau_{1,n+1} E - \tau_{2,n+1} K)^2 = \min; \quad (21)$$

$$(E, E) = (E - \tau_{2,n+1} K - \tau_{3,n+1} S)^2 = \min; \quad (22)$$

$$(E, E) = (E - \tau_{2,n+1} K)^2 = \min \text{ і т.д.} \quad (23)$$

Для критеріїв (16), (18) та (23) ітераційні коефіцієнти мають найпростіший вигляд:

$$\tau_{n+1} = (r_{j,n}, Z_{j,n}) / (Z_{j,n}, Z_{j,n}); \quad (24)$$

$$\tau_{1,n+1} = (B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n}); \quad (25)$$

$$\tau_{2,n+1} = (E_{i,n}, K_{i,n}) / (K_{i,n}, K_{i,n}). \quad (26)$$

Більш складний вигляд вони мають для критеріїв (19), (21), (22). Для (19):

$$\tau_{1,n+1} = ((B_{i,n}, C_{i,n})(E_{i,n}, E_{i,n}) - (E_{i,n}, C_{i,n})(E_{i,n}, B_{i,n})) / T; \quad (27)$$

$$\tau_{2,n+1} = ((C_{i,n}, C_{i,n})(E_{i,n}, B_{i,n}) - (B_{i,n}, C_{i,n})(E_{i,n}, C_{i,n})) / T; \quad (28)$$

$$T = (C_{i,n}, C_{i,n})(E_{i,n}, E_{i,n}) - (E_{i,n}, C_{i,n})(E_{i,n}, C_{i,n}).$$

Для (21):

$$\tau_{1,n+1} = ((E_{i,n}, C_{i,n})(K_{i,n}, K_{i,n}) - (K_{i,n}, C_{i,n})(E_{i,n}, K_{i,n})) / T; \quad (29)$$

$$\tau_{2,n+1} = ((C_{i,n}, K_{i,n})(E_{i,n}, E_{i,n}) - (E_{i,n}, C_{i,n})(E_{i,n}, K_{i,n})) / T; \quad (30)$$

$$T = (K_{i,n}, K_{i,n})(E_{i,n}, E_{i,n}) - (E_{i,n}, K_{i,n})(E_{i,n}, K_{i,n}).$$

Для (22):

$$\tau_{2,n+1} = ((E_{i,n}, K_{i,n})(S_{i,n}, S_{i,n}) - (K_{i,n}, S_{i,n})(E_{i,n}, S_{i,n})) / T; \quad (31)$$

$$\tau_{3,n+1} = ((S_{i,n}, K_{i,n})(K_{i,n}, E_{i,n}) - (E_{i,n}, S_{i,n})(K_{i,n}, K_{i,n})) / T; \quad (32)$$

$$T = (K_{i,n}, K_{i,n})(S_{i,n}, S_{i,n}) - (S_{i,n}, K_{i,n})(S_{i,n}, K_{i,n}).$$

Для інших формул ітераційні коефіцієнти отримані рішенням систем трьох лінійних алгебраїчних рівнянь. Програмна реалізація методів (16)-(26) виконана для теоретичних магнітних полів (рис. 1), а також для полів, вимірюваних у межах ДДЗ (рис. 2).

Тепер перейдемо до аналізу рішень ОЛЗМ, отриманих у попередніх роботах для одношарової сітково-блокової інтерпретаційної моделі (СБІМ) із 20х20 блоків методом простої ітерації В2 за критерієм оптимізації поправок (18) із однією поправкою 1-го порядку в ітераційній формулі (3). Якщо блоки інтерпретаційної моделі мають одні й ті ж розміри і глибину залягання, що й теоретична модель (ТМ), для якої обчислене магнітне поле (МП), то, незважаючи на неповністю відновлене поле (тобто, нев'язка поля ще не дорівнює нулю), розв'язок ОЛЗМ має таку ж ІН кожного блоку, як і в ТМ. Якщо ж блоки СБІМ з меншою висотою розташо-

вані всередині ТМ, то в розв'язку ОЛЗМ ІН може бути більшою. При розміщенні блоків СБІМ майже таких же розмірів, що й блоки ТМ, нижче блоків ТМ отримуємо в розв'язку ОЛЗМ ІН кожного блоку набагато більшу, ніж у ТМ. Якщо ж СБІМ знаходиться повністю або частково вище блоків ТМ, то, в залежності від висоти тих чи інших блоків, ІН блоків у розв'язку ОЛЗМ може бути меншою, ніж у блоків ТМ. Таким чином, для одного і того ж поля розподіли ІН блоків набагато відрізняються. Це явище називається *еквівалентним перерозподілом ІН*. Із цього треба зробити висновок, що для розв'язку ОЛЗМ треба точно знати глибини до верхніх і нижніх границь блоків. І навпаки, для розв'язків нелінійної ОЗМ треба знати ІН блоків, щоб знайти глибину до них. Практично останнє зробити дуже важко, а тому обчислюють середній скачок ІН на границі двох шарів і обчислюють глибини до кожного блоку СБІМ.

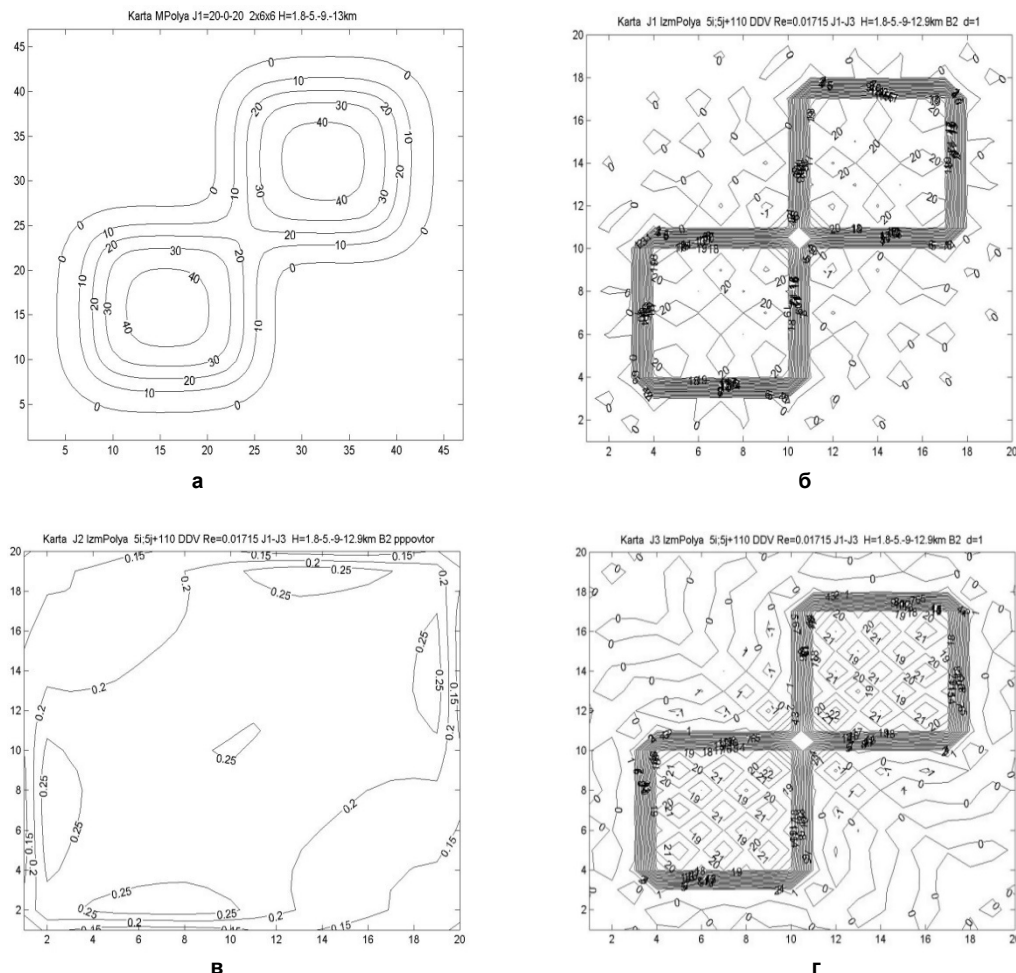


Рис. 1. Результати розв'язків ОЛЗМ для 3-шарової теоретичної моделі:

а – карта МП від двох аномальних тіл, які мають розрив по вертикалі (тут і далі: поле в 1 од. – 10 нТл; відстані в 1 од. – 0.5 км); б-г – Карти ІН 1-3-го шару (тут і далі: ІН в 1 од. – 8 мА/м; відстані в 1 од. – 1.15 км)

Далі перейдемо до аналізу рішень ОЛЗМ, отриманих для 2-шарової СБІМ із 20х20 блоків у кожному шарі тим же методом простої ітерації (18), за тим же критерієм оптимізації і для того ж МП. Тут для одного і того ж поля ми отримали зовсім інший розподіл ІН у розв'язку ОЛЗМ: ІН блоків 1-го шару СБІМ приблизно на 20% вища, а у другому шарі – приблизно на 30% нижча, ніж у блоків ТМ.

Для 3-шарової СБІМ і того ж поля від ТМ маємо у розв'язку ОЛЗМ розподіл ІН шарів з відхиленням від +20 до -33%, який нічим не відрізняється від розподілу для 2-шарової СБІМ. І нарешті, для 6-шарової СБІМ при тому ж полі ТМ маємо в розв'язку ОЛЗМ розподіл ІН шарів з відхиленням від +33 до -40%, який значно більше відрізняється від розподілу для 2-3-шарових СБІМ. Оскільки залишки поля по всій карті розподілені майже рівномірно, то марно сподіватися на покращення розподілу ІН при збільшенні кількості ітерацій, що і було підтверджено разом із зменшенням середньо-квадратичної нев'язки МП до 0.1715 нТл.

Маючи на увазі, що реальний розподіл ІН знаходиться по висоті приблизно на середині АТ, було використано результати розв'язку ОЛЗМ методом В2 в якості початкових умов (ПУ) для розв'язку ОЛЗМ на другому і подальших етапах. Для цього в ПУ присвоєно всім шарам значення ІН одного, наприклад, 3-го шару,

тобто вирівняно ПУ по ІН 3-го шару, а потім виконано таку ж кількість ітерацій методом з уточнюючими ітераційними поправками (УІП), наприклад, методом (17). Але одним прийомом вирівнювання ПУ близький до реального розв'язок ще не досягається. А тому, ще за 3-5 заходів по 50-100 ітерацій потрібно було досягнуто при значно зниженій середньо-квадратичній нев'язці поля. Відмітимо, що при вирівнюванні ПУ ми задаємо неточні дані, а оптимізаційний метод з УІП доводить розв'язок ОЛЗГ до реального розподілу, тобто ми маємо автоматизовану модифікацію розв'язку оберненої задачі відомим способом підбору. Таким чином, по додатковому рішення з уточнюючими ітераційними поправками у всіх шарах моделі ми отримуємо розподіл ІН, який збігається з розподілом ІН в аномальних тілах ТМ, а в інших вертикальних розрізах ми маємо вертикальну шаруватість гірських порід, ускладнену в багатьох місцях будь-якими вигинами контактів, які контролюються відповідними їм вигинами ізоліній поля. Це означає, що основною причиною зменшення ІН у розв'язку ОЛЗМ із глибиною є відсутність управління розподілом нев'язки поля на кожній ітерації в кожній точці при перетворенні її в ітераційну поправку для всіх блоків СБІМ, які знаходяться під точкою поля.

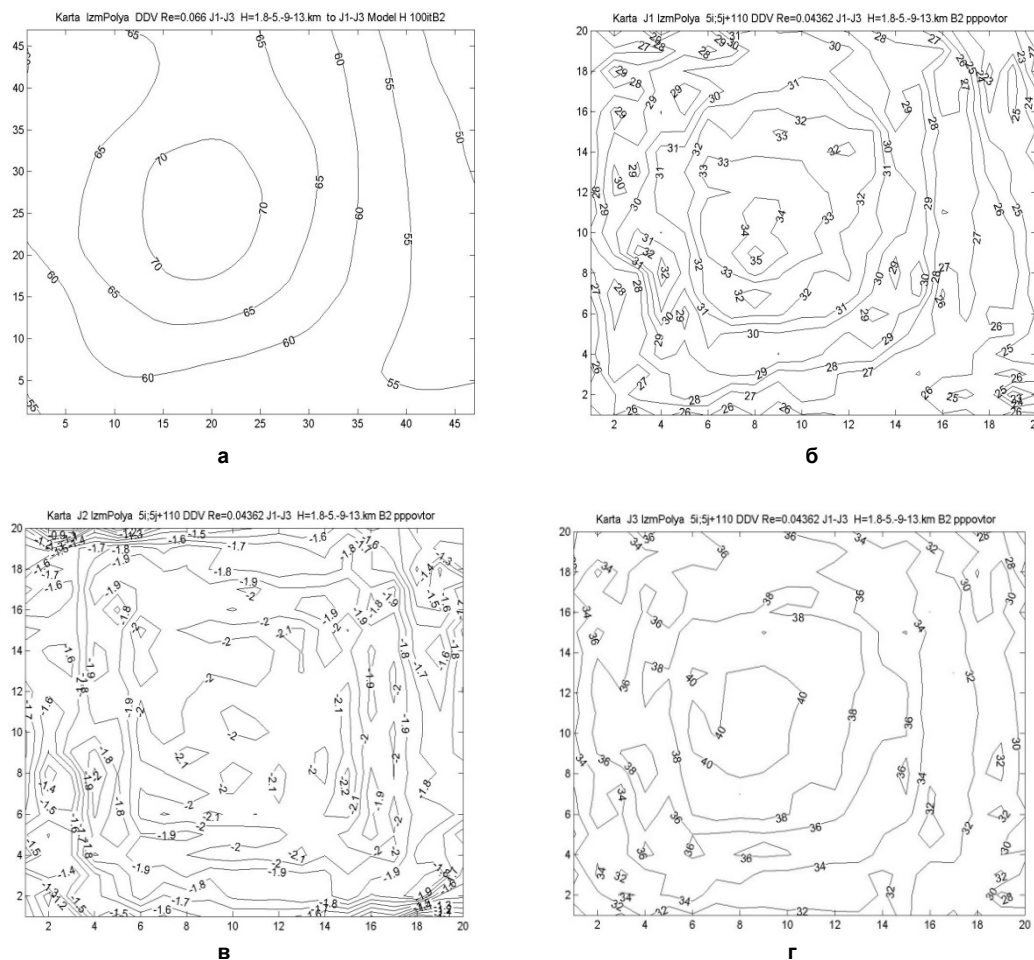


Рис. 2. Результати розв'язків ОЛЗМ по теоретичному полю для 3-шарової моделі (рис. 1):

а – карта реального магнітного поля частини дільниці Великі Мости (ДДЗ);

б-г – карти ІН 1-3-го шару слабо намагнічених гірських порід кристалічного фундаменту

Як показали експерименти, апарату мінімізації квадратичного функціоналу недостатньо для точного дозування блоків моделі долями ІН, перетвореної поправкою

В.І. Старостенка [5] із нев'язок поля. Не дали позитивного результату й методи з виділенням для кожного шару ітераційного коефіцієнта з ітераційною поправкою. Але

пізніше було помічено, що найменша нев'язка магнітного (гравітаційного) поля після виконання розв'язку ОЛЗ на ряді ітерацій досягається тоді, коли глибина H до границі реального АТ співпадає з його границею в ІМ. Але, іноді, при зміні положення границі АТ отримували максимуми нев'язки поля (НП), або мінімуми для одних та максимуми для інших границь одного або й різних АТ. При цьому коливання їхніх значень були незначними, але частіше закономірними, ніж випадковими. Деталізація графіка $r=f(H)$ доводить більш згладжений його вигляд, ніж випадково пульсуючий. Тому була поставлена задача перевірити більш детально поведінку цього графіка при зміні глибини до однієї границі тіла при постійній (реальній або невідомій) глибині до його іншої границі. Аналогічні дослідження виконані для вивчення розподілу асиметрії та ексцесу НП при зміні H . Але в цій роботі будуть приведені результати досліджень залежностей $r=f(H)$. Спочатку було виконано попередні дослідження на теоретичних моделях для одного АТ. Потім – для реального МП південної частини Петровського залізрудного родовища, де глибина до його нижньої та верхньої границь відома. Потім дослідження були виконані для сіткової те-

оретичної моделі цього родовища з прямокутними призматичними блоками, але з реальним полем. Розв'язками ОЛЗМ були обчислені глибини до границь АТ, які відповідають геологічним, установленим по результатам буріння свердловин.

Далі було проведено дослідження з реальним магнітним полем над горизонтально шаруватим масивом немагнітних осадочних порід, які перекривають кристалічний фундамент з породами невисокої намагніченості на глибинах від 1.8 до 4.5 км. У верхньому лівому куті карти МП була вибрана магнітна аномалія інтенсивністю від 400 до 700 нТл. Описаним вище методом було встановлено, що фундамент складений трьома шарами. Два із них намагнічені, а середній між ними – майже немагнітний. Границі магнітних шарів знаходяться на глибинах 1.8–5.0–9.0–13.0 км. Далі було взято теоретичну модель з такими ж глибинами та з ІН: $J_1=20$; $J_2=0$; $J_3=20 \times 8$ мА/м і виконано розв'язок ОЛЗМ для даної моделі з ПУ для ІН, пропорційними середній інтенсивності поля над кожним блоком (рис. 1). Отримали НП. Потім збільшили глибину до тіла на величину її приросту h і виконали розв'язок ОЛЗМ вже при новій глибині до тіла $H_1=1.8+h$ км, а глибини до інших границь АТ залишили без зміни. Отримали нове значення НП.

Таблиця 1. Середні нев'язки теоретичного магнітного поля після розв'язків ОЛЗ при різних зміщеннях однієї границі сітки для аномальних тіл в ІМ

Приріст глибини h , км	Нев'язка магнітного поля Re , в нТл $\times 10$ та вид її екстремума				
	При змінній $H_2=13+h$ і постійній H_1			При змінній $H_1=1.8+h$ і постійній H_2	
	$H_1=1.8$ км	$H_1=5$ км	$H_1=9$ км	$H_2=5$ км	$H_2=13$ км
- 0.2	0.03682				
- 0.1	0.03715	2.06780 max	3.71661	0.02846	0.02978
- 0.075	0.03877			0.10684 max	
- 0.05	0.03909 max	2.02364 min	4.02862 max	0.05003	0.03228
- 0.025	0.03807 min	2.03292	3.17540 min	0.04024 min	
- 0.0125	0.03897	2.05198			0.03771 max
- 0.006	0.03930 max	2.05644 max	3.50751		0.03694 min
0	0.03926 min	2.04317 min	3.64265 max	0.04622 max	0.03926 max
0.006	0.03931 max	2.06704 max	3.51761		0.03885 min
0.0125	0.03808 min	2.01859 min	3.28569 min		0.04024
0.025	0.03812 max	2.03185 max	3.53253 max	0.03999 min	
0.05	0.03806 min	2.01674	3.24862	0.04430	0.04708 max
0.075	0.03807			0.13137 max	
0.1	0.03863 max	2.04405	3.73745	0.04400	
0.2	0.03736				

Повторили розв'язок ОЛЗМ для інших приростів h і обчислили нові значення НП, які закономірно відрізняються між собою. Теж саме виконали при зміні глибини до другої границі при незмінному положенні інших границь АТ. Далі зробили теж саме для третьої та 4-ої границь АТ. При ІН, заданих в ПУ, та відомих глибинах до блоків, розв'язок ОЛЗМ має практично точні середні значення ІН для кожного блоку ІМ з коливаннями: для 1-го шару – 5%, для 2-го – 1.25% і для 3-го – 10% над АТ та не більше 5% за межами АТ, що значно перевищує показники інших відомих методів.

Установивши характер зміни НП при зміні h , автори прийшли до висновку, що метод для деяких глибин нездовільно розділяє нев'язки поля по інтенсивності або має слабку роздільну здатність при зміні глибини до границі АТ. А тому перейшли до використання одношарових ІМ (табл. 1). Спочатку взяли модель із змінною $H_2=13+h$ км і постійною $H_1=1.8$ км. Отримали $NP=0.3926$ нТл для $h=0$. Далі одержали їх при інших

приростах h . Наприклад, при $h=+0.2$ км отримали $NP=0.3736$ нТл. Як можна побачити, маємо чергування екстремумів, які дуже точно виділяють глибину до границі. Встановлено також форму графіка кривої $r=f(H)$, яка має дуже вузький мінімум при точній границі, два максимуми та два мінімуми при зміні приростів глибин від -25 до +12 м на абсолютній глибині 13 км. Але це проявляється тільки тоді, коли ми знаємо точне положення границі. При великій висоті блоків нижню границю АТ виділити по зміні величини НП важче, ніж верхню. Для внутрішніх границь центральний мінімум майже зникає, два максимуми майже зливаються, зате обидва бокові мінімуми значно ширші й несиметричні. Таким чином, на теоретичній моделі з теоретичним полем глибини розміщення границь неоднорідного АТ наведений метод працює. Далі було виконано усі процедури метода для описаного вище реального магнітного поля (табл. 2). Отримали дещо ускладнені результати.

Таблиця 2. Середні нев'язки реального магнітного поля після розв'язків ОЛЗ при різних зміщеннях однієї границі сітки для аномальних тіл в ІМ

Нев'язка магнітного поля Re , нТл $\times 10$ та вид її екстремума						
Приріст глибини h , км	При $H_2=13+h$ і постійній H_1		При $H_2=5+h$ і постійній H_1	При $H_1=1.8+h$ і постійній H_2	При $H_1=1.8+h$ і постійній H_2	При $H_2=13+h$ і постійній H_1
	$H_1=1.8$ км	$H_1=7.8$ км	$H_1=1.8$ км	$H_2=13$ км	$H_2=5.02$ км	$H_2=5$ км
-0.6		2.57				
-0.4		2.90 max	0.036			
-0.3						
-0.2	0.04596		0.031 min	0.05492		
-0.1	0.04810 max	2.84 min	0.039 max	0.05512 max	0.024	0.26243
-0.075	0.04578					
-0.05	0.04558 min	2.95 max	0.036	0.05441 min	0.039 max	0.29428 max
-0.025	0.04588		0.033 min			0.29307
-0.0125	0.04717 max			0.05529 max		0.29055 min
-0.006	0.04417 min			0.05508 min		0.31005 max
-0.004	0.04763					
-0.002	0.04892 max			0.05520		0.28398
-0.001	0.04522			0.05540		0.25563 min
-0.0005				0.05546		0.29397 max
0	0.04426 min	2.88 min	0.040 max	0.05550	0.037 min	0.26389 min
0.0005	0.04909 max			0.05554		0.30871 max
0.001	0.04387 min			0.05557		0.29208
0.002	0.05077 max			0.05562 max		0.28898 min
0.004	0.04660					
0.006				0.05521 min		0.29064
0.0125	0.04577 min			0.05552		0.054313
0.02			0.038 min			
0.025	0.04625		0.040			0.58776 max
0.05	0.04812 max	3.33 max	0.045 max	0.05568	0.047 max	0.27296
0.075	0.04632					
0.1	0.04619 min	2.91	0.032 min	0.05575 max	0.041	0.24336
0.2	0.04892		0.035	0.05466		
0.3		2.88 min				
0.6		3.03				

Але реально, за цими графіками впевнено можна знайти усі горизонтальні границі розподілу АТ за магнітними властивостями. Наприклад, нижню границю АТ на глибині $H_2 = 13$ км легше виявити за допомогою одношарової ІМ при $H_2=13+h$ км та $H_1=5-7.8$ км, ніж при $H_1=1.8$ км. Границя на глибині $H_1=1.8+h$ значно легше знаходиться при $H_2=5.02$ км, ніж при $H_2=13$ км. Границя $H_2=5+h$ км – при $H_1=1.8$ км, ніж з моделлю при $H_1=5+h$ км та $H_2=13$ км. Разом із тим, приведені в табл. 2 дані також мають ваду: усі ІМ прив'язані до однієї границі АТ. А тому

для іншого експерименту вибрали одношарову ІМ з постійною висотою блоків (табл. 3). Цей метод не залежить від прив'язки моделі до границі АТ, бо обидві границі АТ для кожного розв'язку ОЛЗМ просувалися по вертикалі зверху й донизу на однаковий приріст глибини h . В результаті отримано метод з більшою роздільною здатністю як по інтенсивності зміни НП, так і по шкалі глибин до границь АТ. Але й у нього є й недоліки. Центральний мінімум для деяких границь АТ зміщується на кілька метрів в сторону АТ.

Таблиця 3. Середні нев'язки реального магнітного поля після розв'язків ОЛЗ при різних зміщеннях двох границь сітки для аномальних тіл в ІМ

Нев'язка магнітного поля Re , в нТл $\times 10$ та вид її екстремума					
Приріст глибини h , км	При $H_2=4+h$ і $H_1=1.8+h$	Приріст Глибини h , км	При $H_2=5+h$ і $H_1=2.8+h$	Приріст Глибини h , км	При $H_2=10.5+h$ і $H_1=9+h$
-0.2	0.186	-0.15	0.075 max	-0.05	0.738 max
-0.015	0.146 min	-0.075	0.069 min	-0.01	0.679 min
-0.0075	0.161 max	-0.02	0.097 max	-0.001	0.945 max
0.0	0.153	0.0	0.063 min	0.0	0.706 min
0.0025	0.151 min	0.01	0.076 max	0.0025	0.946 max
0.075	0.165 max	0.05	0.066 min	0.01	0.696 min
0.2	0.129	0.2	0.081 max	0.025	1.204 max

Принципового значення для визначення глибини до границі цей факт не має, але він має важливе значення для ідентифікації самої границі, встановлення її наявності. А тому, треба використовувати всі приведені тут методи, порівнювати отримані результати й виконувати заключний розв'язок ОЛЗМ (рис. 2–3).

Як бачимо, верхня частина кристалічного фундаменту до глибини 13 км має 3-шарову структуру, в якій два

магнітні шари розділені одним немагнітним. Наведеним методом дослідження були проведені до глибини 17 км. На всіх трьох розрізах намагніченості маємо подібні риси геологічної будови на даній ділянці. В четвертому шарі нових границь не виявлено. Але від'ємна ІН 2-го шару, свідчить про те, що постійний фон МП не враховано, а тому ІН усіх шарів може бути більшою.

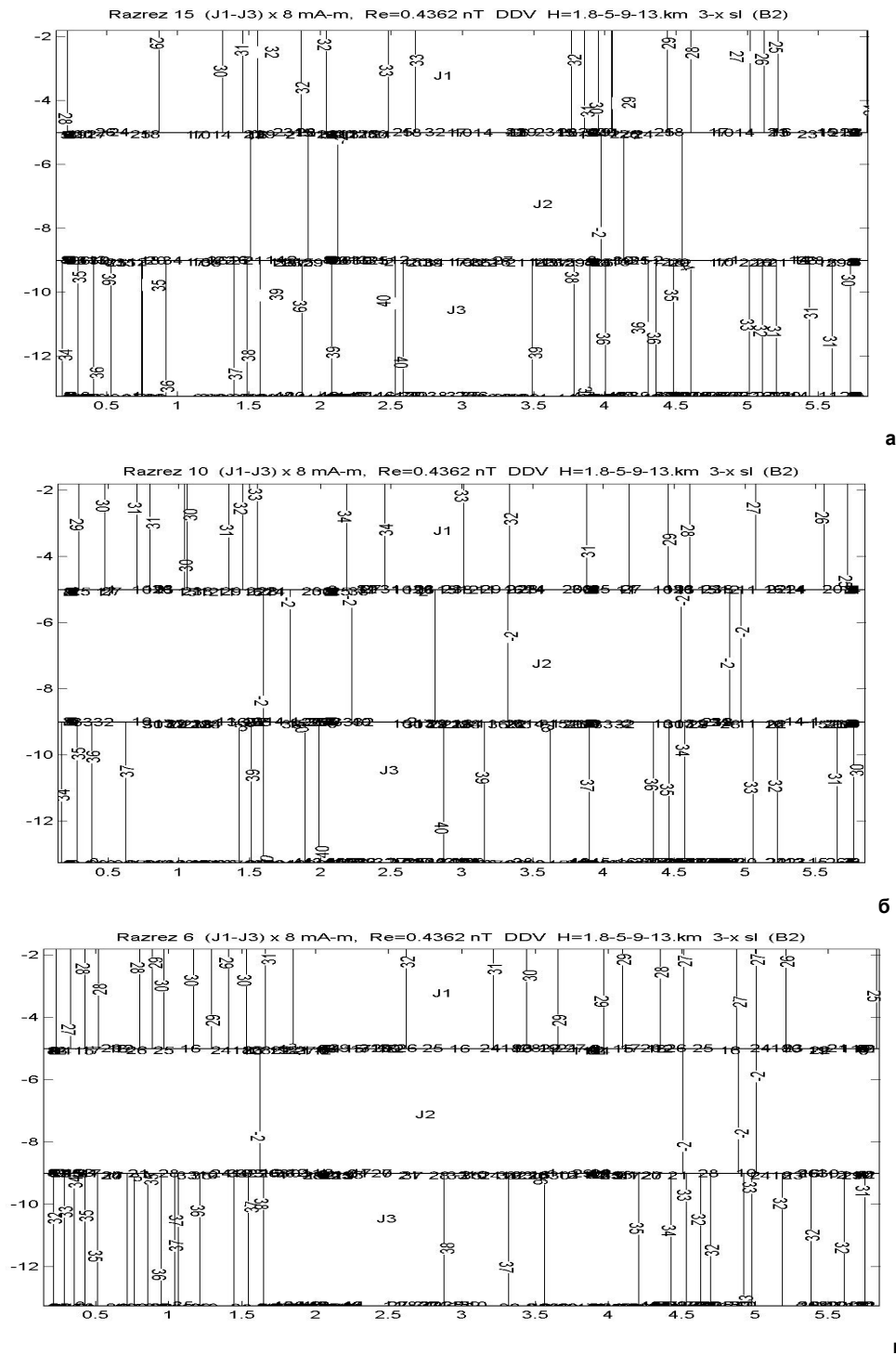


Рис.3 (продовження). Результати розв'язків ОПЗМ по реальному полю для 3-шарової моделі (рис. 2):
а-в – вертикальні розрізи ІН 1-3-го шару слабо намагнічених гірських порід кристалічного фундаменту
по лініях блоків 6, 10, 15 (рис. 2, г)

Висновки і перспективи подальших досліджень у даному напрямку. Створено методи обчислення глибин до границь магнітних масивів для ітераційних лінійних методів рішення обернених задач, де використовуються додаткові уточнюючі ітераційні поправки вищого порядку для одержання більш достовірних результатів інтерпретації даних магнітометрії для некомпактних геологічних масивів. Необхідно перевірити розроблені методи на їхню здатність вирішувати подібні задачі для детальних полів з аномальними тілами значно менших розмірів.

Список використаних джерел

1. Миненко П.А. Теоретическое обоснование преобразования моделей решения некорректной линейной задачи гравиметрии в корректную с оптимизацией итерационного процесса на основе условно-экстремальных критериев / П.А. Миненко // "Теория и практика геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий": материалы 32-й сессии международного научного семинара им. Д.Г.Успенского (29.01-01.02.2005г.). – Пермь, 2005. – С.115-118.
2. Миненко П.А. Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии / П.А. Миненко // Геоинформатика. – 2006. – №4. – С.41- 45.
3. Миненко П.А. Упрощенные алгоритмы решения обратных задач гравиметрии фильтрационными методами // П.А. Миненко, Р.В. Миненко / Геоинформатика. – 2012. – №2 (42). – С.27-29.
4. Миненко Р.В. Обернені лінійні задачі гравіметрії та магнітометрії з уточнюючими ітераційними поправками вищого порядку // Р.В. Миненко,

П.О. Миненко / Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Геологія. – 2014. – №1(64). – С. 78-82.

5. Старостенко В.И. Сейсмогравитационный метод: принципы, алгоритмы, результаты / В.И. Старостенко, В.Г. Козленко, А.С. Костюкевич // Вісник АН УРСР. – 1986. – №12. – С. 28-42.

6. Страхов В.Н. Об устойчивых методах решения линейных задач геофизики. II. Основные алгоритмы / В.Н. Страхов // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1990. – № 8. – С. 37-64.

References

1. Minenko, P.A. (2005). The theoretical substantiation of the transformation of the models of the solution of the ill-posed linear gravimetric problem into the correct one with optimization of the iterative process on the basis of conditionally extremal criteria. Theory and practice of geological interpretation of gravitational and magnetic anomalies: materials of the 32nd Session of the international scientific seminar named after D. G. Uspensky. (29.01-01.02.2005). Perm, 115-118. [in Russian].

R. Minenko, Cand. Sci. (Phys.-Math.)
E-mail: presto2balbes@gmail.com
Krivoy Rog's national university,
57 Gagarina Ave., Krivoy Rog, 50086, Ukraine,
P. Minenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof.
Krivoy Rog's State pedagogical university,
54 Gagarina Ave., Krivoy Rog, 50086, Ukraine,
Yu. Mechnikov, geologist,
Krivoy Rog's geophysical department
2 Geological Str., Krivoy Rog, 50001, Ukraine

2. Minenko, P.A. (2006). Investigation of the crystalline basement by linear-nonlinear methods of magnetometry and gravimetry. Geoinformatics, 4, 41-45. [in Russian].

3. Minenko, P.A. (2012). Simplified algorithms for solving inverse problems of gravimetry by filtration methods. Geoinformatics, 2 (42), 27-29. [in Russian].

4. Minenko, R.V., Minenko, P.O. (2014). Inverse problems of gravimetry and magnetometry with precise iterative corrections to the high order. Visnyk Taras Shevchenko National University of Kyiv. Geology, 1 (64), 78-82. [in Ukrainian].

5. Starostenko, V.I., Kozlenko, V.G., Kostyukevich, A.S. (1986). Seismogravitational method: principles, algorithms, results. News of the Academy of Sciences of the USSR, 12, 28-42. [in Russian].

6. Strakhov, V.N. (1990). On stable methods for solving linear problems in geophysics. II. Basic Algorithms. Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Physics of the Earth, 8, 37-64. [in Russian].

Надійшла до редколегії 19.03.17

THE METHOD OF DETERMINING OF DEPTHS TO BORDERS OF THE ANOMALOUS ROCK MASSIFS BY THE STABLE SOLUTION OF THE LINEAR INVERSE PROBLEMS OF THE MAGNETIC FIELD

The aim of this work is to create a method for calculating the depths to the boundaries of magnetic anomalous bodies (MAB) for their use in solving the inverse linear magnetometry problem (LIPM) with more realistic reproduction of the magnetization intensity distribution (DM) in MAB.

The inverse magnetometry problems are strongly incorrect, in particular, because in many cases equivalent magnetization distributions are obtained which, although stable, but are much different from the distribution of real DM in the rock mass and do not provide real information about the geological structure of this massif. On the other hand, it was established by theoretical examples that when choosing the exact geometry of the interpretational model (IM) and the exact values of the DM in the initial conditions, exact solutions of the LIPM are obtained immediately by iterative methods for each block. And for small deviations of these parameters, almost exact solutions of LIPM are obtained, especially when using several types of refinement iterative corrections in optimization algorithms. This gave the authors of this article hope that, at different sizes of the model, among the results of the interpretation one can see, which decision of the LIPM is true. But these intentions were not justified, since we received continuous changes in the DM when the boundary of the model jumped through the boundary of the theoretical body. For a while, we did not pay attention to the changes of other parameters of the iterative process. Eventually, it was noticed that when moving the boundary of the interpretational model across the border of the theoretical model, the graph of the curve of the root from the mean square of residuals of the magnetic field has a specific shape. This allows us to set the depths of the upper or lower boundary of the anomalous body, and in some cases, the depths of the inner boundaries of the multilayer model, which provide a more productive use of the developed method for interpreting the actual magnetic field.

Key words: magnetometry, inverse problem, iterative method, optimization criterion, field discrepancy, depth of body boundary location.

Р. Миненко, канд. физ.-мат. наук
presto2balbes@gmail.com
Криворожский национальный университет
пр. Гагарина, 57, г. Кривой Рог, 50086, Украина,
П. Миненко, д-р физ.-мат. наук, проф.
Криворожский государственный педагогический университет
пр. Гагарина, 54, г. Кривой Рог, 50086, Украина,
Ю. Мечников, геолог
Криворожская геофизическая партия
ул. Геологическая, 2, г. Кривой Рог, 50001, Украина

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЛУБИН ДО ГРАНИЦ АНОМАЛЬНЫХ МАССИВОВ УСТОЙЧИВЫМИ РЕШЕНИЯМИ ОБРАТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ МАГНИТОМЕТРИИ

Цель работы – создание метода вычисления глубин до границ магнитных аномальных тел (АТ) для их использования при решении обратной линейной задачи магнитометрии (ОЛЗМ) с более реальным воспроизведением распределения интенсивности намагничивания (ИН) в АТ.

Обратные задачи магнитометрии сильно некорректны, в частности, из-за того, что во многих случаях получаются эквивалентные распределения намагниченности, которые, хотя и устойчивы, но немного отличаются от распределения реальной ИН в массиве горных пород и не дают реальной информации о строении геологических структур. С другой стороны, на теоретических примерах установлено, что при выборе точной геометрии интерпретационной модели (ИМ) и точных значений ИН в начальных условиях, для каждого блока итерационными методами получают точные решения ОЛЗМ. А при малых отклонениях этих параметров получают почти точные решения ОЛЗМ, особенно, при использовании в алгоритмах оптимизации нескольких видов уточняющих итерационных поправок. Это давало авторам статьи надежду на то, что при разных размерах модели среди результатов интерпретации можно заметить, какое решение ОЛЗМ соответствует действительности. Но это допущение не подтвердилось, так как были получены непрерывные изменения ИН при переходе границы ИМ через границу теоретической модели АТ. При этом, некоторое время не принимали во внимание смену других параметров итерационного процесса. Но в последствии было замечено, что при переходе границы ИМ через границу теоретической модели (ТМ) АТ график зависимости среднеквадратичной невязки (СКН) магнитного поля от глубины залегания границы АТ имеет специфическую форму. Это позволило установить глубины до верхней и нижней границ АТ, а в отдельных случаях, и глубины к внутренним границам многослойной модели, что обеспечивает более продуктивное использование разработанного метода для интерпретации реального магнитного поля.

Ключевые слова: магнитометрия, обратная задача, итерационный метод, критерий оптимизации, невязка поля, глубина расположения границы тела.