

УДК 550.834

І. Безродна, канд. геол. наук, ст. наук. співроб., заст. директора

E-mail: bezin3@ukr.net,

Д. Безродний, канд. геол. наук, доц.

E-mail: manific2@ukr.net,

О. Козіонова, пров. інженер

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ННІ "Інститут геології", вул. Васильківська, 90, м. Київ, 03022, Україна

## АНАЛІЗ ВПЛИВУ МІНЕРАЛЬНОГО СКЕЛЕТУ ПОРІД-КОЛЕКТОРІВ РУНОВЩИНСЬКОЇ ПЛОЩІ НА ПРУЖНІ ТА АКУСТИЧНІ ПАРАМЕТРИ (ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ)

(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром фіз.-мат. наук, проф. Б.П. Масловим).

**Мета роботи** – аналіз впливу мінерального скелету порід на параметри їх пружної та акустичної анізотропії при дослідженні моделей теригенних порід-колекторів Руновщинської площі.

**Задача** вирішувалась на основі методів умовних моментних функцій з використанням розрахункової схеми Морі-Танака і методу найменших квадратів. Авторами розроблено 6 математичних моделей порід-колекторів регіону, в основу яких покладено результати петрографічних досліджень, що були виконані в ННІ "Інститут геології", а також особисті нароби авторів.

Виходячи з результатів моделювання для моделі чистого кварцового пісковика, вирішальний вплив на тип симетрії породи має основний мінерал матриці – кварц, який і обумовлює практично всі пружні та акустичні властивості моделі. При зміні форматів пустот і появі в наступних моделях інших мінералів (слюду, каолініту, кальциту, плагіоклазу, польового шпату) та вторинних витягнутих пустот, а також при збільшенні концентрацій пустот, характерний тип симетрії переважно ромбічний та поперечно-ізотропний.

Акустична симетрія текстури більшості розглянутих моделей планальна поперечно-ізотропна або аксіальна ромбічна. Останній тип акустичної симетрії притаманний пісковикам з вмістом слюди, каолініту, тріщинним та кавернозним пісковикам. Планальний тип симетрії може вказувати на наявність однонаправлених напруг стиснення. Аксіальний тип – на наявність однонаправлених напруг розтягу. Ускладнення симетрії до ромбічної може свідчити про неодноразові цикли стиснення – розтягнення.

Максимальні значення диференціального коефіцієнта пружної анізотропії (до 10%) близькі до значень коефіцієнта інтегральної акустичної анізотропії, проте змінюються в більш широких межах. Для майже половини моделей пісковиків можна виділити на стереопроєкціях вказівної поверхні диференціального коефіцієнта пружної анізотропії особливі напрямки, де значення цього параметра дорівнюють нулю або близькі до нього. В цих напрямках розповсюджуються пружні хвилі за законами ізотропного середовища.

Крім мінерального складу, істотно впливає на параметри акустичної та пружної анізотропії форма пустот. Встановлено, що тріщинуватість має більший вплив на досліджувані параметри породи, ніж кавернозність.

Параметри акустичної та пружної анізотропії є індикаторами при дослідженнях однотипних порід з різними типами мінеральних включень та структури пустотного простору.

Розроблені моделі, безсумнівно, можуть бути використаними при інтерпретації петрофізичних та геофізичних матеріалів для вивчення зміни структури пустотного простору, типу та концентрації породотвірних мінералів в породі.

**Ключові слова:** математичне моделювання, пружна анізотропія, складнобудовані пісковики.

Для побудови еталонних залежностей фізичних параметрів при проведенні пошуків, розвідки й промислової оцінки родовищ нафти й газу, зокрема, для надійної інтерпретації геофізичних методів, властивості природного резервуара визначають за даними досліджень керну. Складність в побудові таких залежностей для складнобудованих порід-колекторів полягає в необхідності змодельовати в породі ті процеси, що протікають в пласті при розкритті свердловини. Саме математичне моделювання може виступати надійним підґрунтям для оцінки впливу мінералогічного складу, типу пустотного простору та його насичення на фізичні властивості порід-колекторів, а також зв'язку геологічних процесів з результатами петрофізичних і геофізичних досліджень.

Дана робота присвячена аналізу впливу мінерального скелету на параметри пружної та акустичної анізотропії при дослідженні моделей теригенних порід-колекторів Руновщинської площі.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Дослідження анізотропії пружних властивостей осадових порід і мінералів нечисленні і досить суперечливі. Дослідники, що займалися цим питанням, зокрема, B.K. Atkinson, L. Chen, D. Grgic, A.A.-C. Guéry, F. Cornery, L. Daridon, P. Haupt, Th. Kersten, D. Hoxha, A. Giraud, Y. Kozlovsky, V.E. Mirenkov, Y. Monerie, A.A. Krasnovsky, P. Plechac, J. Sgaoula, J.F. Shao, L.S. Tsai, M.C. Weng, K. Wojtacki, K. Wilmański, K.C. Александров, I.M. Безродна, Д.А. Безродний, С.А. Вишва, Б.П. Маслов, Г.Т. Продайвода, М.Г. Храмченков та інші [1-9] приділяли увагу математичному моделюванню анізотропних акустичних властивостей, але, здебільшого, розглядали синтетичні моделі матеріалів. Крім того, дослідниками в широкому діапазоні пористості було отримано прогнози пружних властивостей. Зокрема, новий метод 3-D математи-

чного моделювання [9], який був використаний для створення реалістичних гомогенних і гетерогенних моделей порового пісковика, зводиться до побудови моделі, яка є найбільш наближеною до реальних порових пісковиків. Аналіз роботи [9] показав, що ущільнення порід зменшує просторову безперервність значень фізичних параметрів в горизонтальному напрямку більш швидко, ніж у вертикальному.

Авторами статті змодельовано не порові, а інтегровані моделі тріщинно-кавернозно-порових пісковиків, що є більш характерним для складнобудованих порід-колекторів в цілому і, зокрема, колекторів Руновщинської площі, моделювання властивостей яких не проводилось жодним автором.

**Теорія методу.** Припускається, що тензорні поля пружних сталей, напруг і деформацій є статистично однорідними. Оскільки масштаб кореляції випадкових полів набагато менший порівняно із розмірами макрооб'єму складнобудованого колектору, то вони задовольняють властивості ергодичності [3]. Це в подальшому дозволяє замінити усереднення випадкових тензорних полів за макроскопічним об'ємом усередненням за ансамблем реалізацій.

Для чисельних розрахунків ефективних пружних сталей багатокомпонентних порово-тріщинних колекторів використовувався узагальнений метод умовних моментних функцій із застосуванням розрахункової схеми Морі-Танака [1-4].

Для визначення ефективних пружних сталей  $C_{mn}^*$  застосовується метод умовних моментних функцій [3]. У цьому методі для їх визначення необхідно знайти залежність між середніми деформаціями у включенні, орієнтованому в  $n$ -ному напрямку  $\varepsilon^{(n)}$  і макроскопічними деформаціями матриці  $\varepsilon^{(m)}$ :

$$\varepsilon^{in} = \langle \varepsilon \rangle + C_m d_i Z_i \varepsilon^{(m)}, \quad f_i = C^{(i)} - C^0, \quad d_i = C(i) - C(m); \quad (1)$$

де  $C_m$  – об'ємна концентрація матриці;  $C(i)$  – пружні сталі  $i$ -го включення;  $C(m)$  – пружні сталі матриці;  $C^0$  – пружні сталі тіла порівняння.

Осереднюючи по безлічі  $\Omega$  можливих орієнтацій включень, можна виразити середні деформації включень  $\varepsilon^{(i)}$  та скелета  $\varepsilon^{(m)}$  через макроскопічні деформації  $\bar{\varepsilon}$  представленого об'єму:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(i)} &= A_i \bar{\varepsilon}; & \varepsilon^{(m)} &= A_m \bar{\varepsilon}; \\ A_i &= A_m (I + \bar{Z}^{(i)} d_i); \\ A_m &= (I + c_i \bar{Z}^{(i)} d_i)^{-1}; \end{aligned} \quad (2)$$

$\bar{Z}_i = \langle Z_i \rangle_{\Omega}$ , де кутовими дужками з індексом  $\Omega$  позначена операція статистичного осереднення за кількістю можливих орієнтацій включень. Відмінна риса запропонованого методу

полягає в осередненні алгебраїчних компонентів тензора  $\bar{Z}_i$  за допомогою довільної функції розподілу орієнтації включень:

$$\bar{Z}_{ijpq}^{(i)} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} a_{im} a_{jn} a_{ps} a_{qt} Z_{mnst}^{(i)} f^{(i)}(\phi_1, \theta, \phi_2) d\phi_1 \sin \theta d\theta d\phi_2, \quad (3)$$

де  $\phi_1, \theta, \phi_2$  – Ейлерові кути;  $f^{(i)}(\phi_1, \theta, \phi_2)$  – функція розподілу орієнтації  $i$ -го включення, що розкладається в ряд за узагальненими сферичними функціями [3].

Враховуючи попередні рівняння, можна знайти вираз для ефективних пружних сталих  $C^*$  текстури гірської породи з довільною орієнтацією включень:

$$C^* = \sum_{r=1}^{N+1} c_r C_r A_r, \quad (4)$$

де  $N$  – кількість включень ( $r=1, \dots, N$ ).

Для обчислення невідомих моментів розкладання функції розподілу  $W_{lmn}^{(i)}$   $i$ -го включення використовувалася метод інверсії азимутальної залежності ефективних фазових швидкостей квазіпоздовжних і квазіпоперечних хвиль текстурованої гірської породи.

Для вирішення поставленої задачі застосовувалися сучасні методи глобальної оптимізації цільової функції:

$$\Phi(\vec{x}) = \sum_{i=1}^M (v_i^{(l)} - v_i^{(r)})^2, \quad (5)$$

де  $v_i^{(l)}, v_i^{(r)}$  – фазові швидкості квазіпоздовжних і квазіпоперечних хвиль відповідно, що обчислені з експериментальних значень ефективних пружних сталих гірської породи, отриманих методом умовних моментних функцій зі знайдених на  $r$ -тому кроці ітерації моментів розкладання функцій розподілу орієнтації включень;  $\vec{x}$  – вектор невідомих моментів розкладання функцій розподілу орієнтації мінералів і мікротріщин.

Основні чисельні результати математичного моделювання впливу мінерального складу на ефективні акустичні, пружні властивості різних типів теригенних складнобудованих порід-колекторів можуть бути отримані за допомогою методу умовних моментів, який є найбільш перспективним при вирішенні задач математичного моделювання у тензорній петрофізиці.

**Результати роботи.** Практичне обґрунтування математичної моделі складнобудованого колектора Руновщинської площі, що розроблена в роботі, ґрунтується на результатах комплексних геолого-петрофізично-геохімічних дослідженнях колекції порід-колекторів, які було отримано колективом авторів ННІ "Інститут геології" [4].

Математична модель розглянутого колектора являє собою жорстку матрицю, яка мінералогічно представлена основним породотвірним мінералом – кварцом та ускладнена в моделях 2-5 іншими мінералами. Матриця розчленована різними за формою, розмірами та орієнтацією пустотами, що насичені газом, з різними значеннями форматів ( $\alpha = a/c$ ,  $a$ ,  $c$  – напівосі сфероїда обертання).

Узагальнений мінеральний склад колекції пісковиків Руновщинської площі: уламки прозорого безбарвного та сіруватого кварцу до 70-90%, польові шпати світло-бурого

кольору (5-15%), луски мусковіту, біотиту та хлориту, уламкові зерна кременю або яшмоїдів. Цемент – глинистий, безкарбонатний, на окремих ділянках слабокарбонатний, від порового до базального типу. Цемент порового типу, складає 20-30% від об'єму породи, іноді – до 50%. Карбонатним цементом виповнено максимально до 20% пустот розміром від 0,0001 до 0,0004 м. Пустоти, заповнені карбонатним цементом, часто об'єднані у ланцюжки до 0,0001 м по довгій осі, що може характеризувати деяку кавернозність. Глинистий заповнювач – тонколузкий, майже ізотропний, швидше за все каолінітовий. За глинистою складовою цемент каолінітовий в світлих шарочках, з домішкою монтморилоніту – в темно-сірих. Елементів вираженої мікрошаруватості та смугастості в шліфах не спостерігається. Породи за розподілом уламкових компонентів та цементу неоднорідна, плямиста.

Мінералогічно для математичного моделювання обрано пісковик, основою (матрицею) якого є кварц (близько 80%) з мінеральними включеннями: польовий шпат, плагіоклаз, каолініт, мусковіт, біотит, хлорит, зерна кальциту. Прийнятий формат мінералів – 0,7 (подібно до попередніх досліджень осадових порід). Концентрація мінеральних включень змінюється в деяких моделях від 1 до 20%.

Пісковики Руновщинської площі відрізняються за цементоманістю від сильнопористих тріщинуватих та слабокавернозних до відносно пористих. Тріщини при наявності субпаралельні нашаруванню та іноді нагадують каверни розчинення, деякі частини породи майже рихлі, кавернозні. До 10% об'єму породи мають пустоти розміром від 0,0001 до 0,0008 м. Конфігурація мікропустот як ізометрична, так і подовжено-неправильна з кутастими обмеженнями, нерідко – трикутна при конформному контакті уламкових зерен. Породи – з відкритими пустотами, довжина яких до 0,0005 м при ширині до 0,0003 м. Зустрічаються пустоти подовжені, неоднорідні за товщиною, за типом – міжзернові вилугування.

Відкрита пористість пісковиків-колекторів переважно складає 7-15%, тому авторами обрана пористість, яка в середньому характеризує породи-колектори та становить 10-15%, тріщинна пористість прийнята – до 1%, а кавернозна – до 3%.

Формати пустот були обрані на основі літературних даних [2-4]. За практичними попередніми дослідженнями структури пустотного простору пісковиків інших площ встановлено, що формати пустот в породах регіону змінюються дуже широко, де міжзернові пустоти, в основному, відповідають формату порядку 0,9, а перехідні вторинні пустоти – 0,5-0,4, що і було використано авторами при математичному моделюванні. Формат тріщин за результатами робіт [2-4] коливається від 0,0001 до 0,00586, для моделювання прийнято формат тріщин –

0,003, тоді як формат каверн (пустот вилугування карбонатного цементу) коливається від 4 до 100, прийнятий формат для моделювання – 4.

Узагальнюючи макро- та мікродослідження вивчених зразків теригенних порід, для проведення математичного моделювання авторами були обрані 6 моделей (табл. 1).

**Таблиця 1. Характеристика математичних моделей порід-колекторів Руновщинської площі**

| № | Назва моделі                                                                                                 | № типів моделей | Мінеральний склад (концентрація, %)                                                                                      |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Кварцовий пісковик з поровою структурою                                                                      | 11              | Кварц (91-99)                                                                                                            |
| 2 | Кварцовий пісковик з глинистим цементом                                                                      | 21, 210, 220    | Кварц (70-89), каолінит (1, 10, 20)                                                                                      |
| 3 | Кварцовий пісковик з глинистим цементом та слюдою                                                            | 31, 32, 33      | Кварц (79-83), біотит (1, 2, 3), мусковіт (1, 2, 3), каолінит (5)                                                        |
| 4 | Тріщинно-поровий кварцово-польовошпатовий пісковик з вмістом слюд                                            | 4               | Кварц (69), польовий шпат (5), плагіоклаз (5), біотит (2), мусковіт (2), хлорит (2)                                      |
| 5 | Тріщинно-поровий кварцово-польовошпатовий пісковик з вмістом слюд, плагіоклазу та глини                      | 51, 55, 510     | Кварц (59-68), польовий шпат (5), плагіоклаз (5), біотит (2), мусковіт (2), хлорит (2), каолінит (1, 5, 10)              |
| 6 | Кавернозно-тріщинно-поровий кварцово-польовошпатовий пісковик з вмістом слюд, глини, плагіоклазу та кальциту | 602, 605, 610   | Кварц (58-60), польовий шпат (5), плагіоклаз (5), біотит (2), мусковіт (2), хлорит (2), каолінит (5), кальцит (2, 6, 10) |

Задачі математичного моделювання вирішувались поетапно за окремими алгоритмами [3-4]:

1. Розрахунок густини моделі ( $\sigma$ ), пружних сталих моделі ( $c_{ij}$ ) на основі пружних сталих її складових та заданих параметрів моделей.

2. Розрахунок акустичних параметрів анізотропії, зокрема, компонентів акустичного тензора ( $\mu_{ij}$ ) та інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії ( $A_d$ ).

3. Розрахунок параметрів анізотропії моделей порід (акустичної лінійності  $L_\mu$ , сланцюватості  $S_\mu$ , коефіцієнта інтегральної анізотропії  $A_\mu$ ) з побудовою стереопроєкцій зміни акустичних параметрів (швидкості поздовжньої хвилі ( $V_p$ ), різниці швидкостей поперечних хвиль ( $V_{s1} - V_{s2}$ ) та  $A_\mu$ .

На основі всіх отриманих даних математичного моделювання авторами отримано такі результати.

Густина моделей (табл. 2) змінюється в залежності від мінерального складу та концентрації пустот, тобто коефіцієнта загальної пористості. Порівняно з моделлю 1 в моделях 2-6 концентрація кварцу постійно зменшується завдяки ускладненню моделей: каолінитом (моделі 2-6), слюдами (моделі 3-6), польовим шпатом (моделі 4-6), плагіоклазом (моделі 5, 6), кальцитом (моделі 6). Крім того, розбіжності в густині характеризуються різними коефіцієнтами загальної пористості моделей порід

( $K_p = 1\%$  та  $9\%$  для моделі 1,  $K_p = 10\%$  для моделей 2, 3, для моделей №№ 4 та 5 загальна пористість прийнята  $15\%$ , а для моделі з найбільш складним пустотним простором (моделі 6) густина має дещо менший характер завдяки збільшенню пористості до  $17\%$ ).

Анізотропність всіх моделей порід є низькою, крім моделі 1 ( $9,29\%$ ), що є характерним для кварцу. Для моделей №№ 2-6 значення  $A_\mu$  змінюється від  $0,3$  до  $4,63\%$ .

Виходячи з результатів моделювання для моделі 1 чистого кварцового пісковика сильний вплив на тип симетрії породи має основний мінерал матриці – кварц, який і обумовлює практично всі пружні та акустичні властивості моделі. При зміні форматів пустот та при появі в моделі 2 вторинних витягнутих пустот, а також при збільшенні концентрації пустот в обох моделях, лінійний тип поперечно-ізо-тропної симетрії не змінюється. Для моделей 2-6 характерний тип симетрії наближений до ромбічного та поперечно-ізо-тропного, хоча деякі відмінності в превалюванні сланцю-ватих або лінійних мотивів присутні.

На основі математичного моделювання акустичної та пружної анізотропії пісковиків Руновщинської площі авторами розраховані та досліджені пружні сталі ( $C_{11}$ ;  $C_{22}$ ;  $C_{33}$ ;  $C_{44}$ ;  $C_{55}$ ;  $C_{66}$ ;  $C_{12}$ ;  $C_{13}$ ;  $C_{23}$ ) моделей, які повністю характеризують прські породи певного мінерального складу (рис. 1).

За результатами побудованих та проаналізованих стереопроєкцій параметрів пружної анізотропії авторами отримано наступні результати.

**Таблиця 2. Параметри акустичної анізотропії моделей пісковиків та їх розрахована густина**

| № з.п. | № моделі | № типу мо-делі | $L_\mu$ | $S_\mu$ | $\mu_{11}$ | $\mu_{22}$ | $\mu_{33}$ | $A_\mu, \%$ | Густина, кг/м <sup>3</sup> | Тип симетрії                   |
|--------|----------|----------------|---------|---------|------------|------------|------------|-------------|----------------------------|--------------------------------|
| 1      | 1        | 11             | 1,21    | 1,00    | 68,02      | 68,02      | 82,44      | 9,29        | 2624                       | Аксіальна поперечно-ізо-тропна |
| 2      | 2        | 21             | 1,10    | 1,01    | 34,98      | 35,24      | 38,67      | 4,63        | 2383                       | Аксіальна ромбічна             |
| 3      |          | 210            | 1,02    | 1,01    | 16,05      | 15,86      | 16,42      | 1,44        | 2372                       | Планально-аксіальна ромбічна   |
| 4      |          | 220            | 1,03    | 1,02    | 27,89      | 27,09      | 26,64      | 1,89        | 2359                       | Планально-аксіальна ромбічна   |
| 5      | 3        | 31             | 1,03    | 1,01    | 16,13      | 16,27      | 16,83      | 1,86        | 2386                       | Аксіальна поперечно-ізо-тропна |
| 6      |          | 32             | 1,00    | 1,01    | 21,12      | 21,28      | 21,23      | 0,30        | 2392                       | Планальна поперечно-ізо-тропна |
| 7      |          | 33             | 1,01    | 1,02    | 24,22      | 24,37      | 23,82      | 0,97        | 2399                       | Планальна поперечно-ізо-тропна |
| 8      | 4        | 4              | 1,01    | 1,03    | 29,35      | 30,36      | 30,63      | 1,83        | 2262                       | Планальна ромбічна             |
| 9      | 5        | 51             | 1,00    | 1,03    | 28,93      | 29,87      | 30,01      | 1,61        | 2261                       | Планальна поперечно-ізо-тропна |
| 10     |          | 55             | 1,02    | 1,01    | 27,95      | 28,58      | 28,09      | 0,96        | 2255                       | Аксіальна ромбічна             |
| 11     |          | 510            | 1,01    | 1,03    | 27,26      | 27,60      | 26,48      | 1,74        | 2249                       | Планальна ромбічна             |
| 12     | 6        | 602            | 1,01    | 1,03    | 47,23      | 48,79      | 49,07      | 1,68        | 2293                       | Планальна ромбічна             |
| 13     |          | 606            | 1,03    | 1,00    | 35,27      | 36,32      | 35,11      | 1,50        | 2282                       | Аксіальна поперечно-ізо-тропна |
| 14     |          | 610            | 1,02    | 1,01    | 26,76      | 27,42      | 26,53      | 1,39        | 2177                       | Аксіальна ромбічна             |

Акустична та пружна симетрія **моделі 1** аксіальна поперечно-ізо-тропна ( $\mu_{11} = \mu_{22} < \mu_{33}$ ;  $C_{11} = C_{22} < C_{33}$ ;  $C_{44} = C_{55} > C_{66}$  при різній концентрації пустот (табл. 2). Величина інте-

грального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_\mu$  зменшується незначно зі зростанням концентрації пустот від  $9,29\%$  до  $8,87\%$ . Швидкість квазіпоздовжньої хвилі на вказівній поверхні змінюється від  $5700$  м/с до  $6400$  м/с

(рис. 2, а). Для розглянутої моделі характерний єдиний мінімум, що просторово співпадає з мінімумами різниці між "швидкою" та "повільною" квазіпоперечними хвилями та диференціального коефіцієнта пружної анізотропії. Це є основним напрямком поширення пружних хвиль. З мінімумом різниці між "швидкою" та "повільною" квазіпоперечними хвилями пов'язана область, де ефект розщеплення хвиль практично відсутній. Максимальне значення диференціального коефіцієнта пружної анізотропії досягає

14 %, що характеризує модель 1 як високоанізотропну. Проте існує один особливий напрямок, який збігається з напрямком поширення хвильової нормалі, де величина цього параметру близька до нуля, і закономірності розповсюдження пружних хвиль у цьому напрямку не відрізняються від ізотропного середовища. Незначні чотири мінімуми  $A_d$  розташовані у вузькій приосьовій частині під кутами  $45^\circ$  до основного мінімуму.

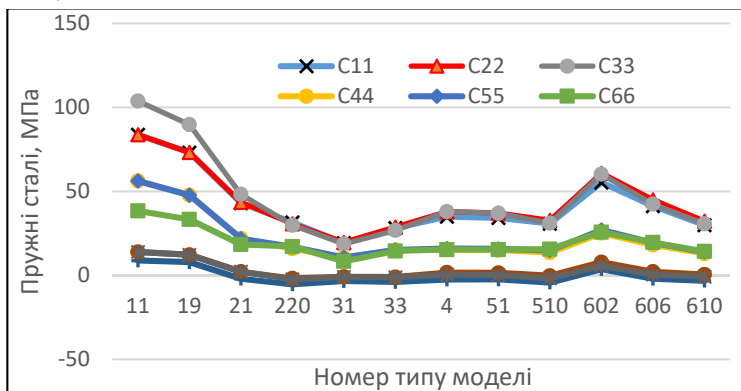


Рис. 1. Результати моделювання пружних сталей моделей порід-колекторів Руновщинської площі

Акустична симетрія **моделі 2** з різним вмістом глинистого цементу аксіальна ромбічна ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ;  $\mu_{11}^* > \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ;  $\mu_{11}^* > \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ). Інтегральний коефіцієнт пружної анізотропії  $A_\mu$  спочатку зменшується від 4,63 % до 1,44% (при вмісті каолініту 10 %), а потім незначно зростає до 1,89 % (при вмісті глинистого матеріалу 20 %). Пружна симетрія текстури моделі 2 ромбічна ( $C_{11}^* < C_{22}^* < C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* > C_{55}^* > C_{66}^*$ ;  $C_{11}^* > C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* < C_{55}^* < C_{66}^*$ ). Різке розходження в значеннях ефективних пружних сталей  $C_{11}^*$ ,  $C_{22}^*$  та  $C_{33}^*$  пов'язано зі зростанням вмісту глинистого матеріалу. Параметри пружної анізотропії представленої моделі відрізняються не менш відчутно. В порівнянні з моделлю 1 спостерігається помітне зменшення всіх параметрів пружної анізотропії та істотна зміна особливих напрямків розповсюдження пружних хвиль. Швидкість  $v_p$  значно менша (рис. 2, б), ніж у моделі 1, проте кількість екстремумів зростає до семи та характер її анізотропії ускладнюється. Величина максимальної різниці між «швидкою» та «повільною» поперечними модами зменшується від 270 м/с до 140 м/с (при вмісті каолініту 20 %). Явище розщеплення поперечних хвиль незначне та характеризує модель 2 як низькоанізотропну. Складна картина розповсюдження поперечних хвиль підтверджується наявністю 11 екстремумів, більшість з яких розташовані вздовж осей  $X_1$  та  $X_2$  з більш чітко вираженим сланцюватим мотивом. На стереопроєкції вказівної поверхні коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії  $A_d$  чітко виділяються вісім екстремумів, серед яких чотири мінімуми розташовані вздовж осей  $X_1$  та  $X_2$ , що в плані співпадають з відповідними екстремумами параметру  $v_p$  розглянутої моделі.

За результатами математичного моделювання акустичних і пружних сталей **моделі 3** встановлено, що акустична симетрія моделі 31 (вміщує 1 % слюди) аксіальна поперечно-ізотропна ( $\mu_{11}^* \approx \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ) та планальна поперечно-ізотропна при відсотковому збільшенні слюдистого матеріалу. Пружна симетрія текстури моделі 3 ромбічна ( $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* \approx C_{55}^* > C_{66}^*$ ). В порівнянні з моделлю 2, наявність слюди приблизно вирівнює значення ефективних пружних сталей  $C_{11}^*$ ,  $C_{22}^*$  та  $C_{33}^*$ . Величина інтегрального коефіцієнта акустичної анізотропії  $A_\mu$  мала: спочатку вона зменшується від 1,86 % до 0,30 %, а потім зростає до величини 0,97 % при збільшенні концентрації слюди до 6 %. Модель низькоанізотропна. Швидкість

квазіпоздовжньої хвилі  $v_p$  змінюється від 3200 м/с до 3800 м/с (рис. 2, в), що приблизно на 200–300 м/с менше, ніж у моделі 2. Чітко виділяються 9 екстремумів, з якими співпадають особливі напрямки поширення пружних хвиль. Вздовж осей  $X_1$  та  $X_2$  у полярних областях спостерігаються максимуми відповідного параметру, в напрямку головного розповсюдження хвилі та під кутами  $45^\circ$  до площини  $X_1X_2$  – мінімуми. Величина максимальної різниці між «швидкою» та «повільною» поперечними модами не перевищує 0,15 км/с (при вмісті слюди 6 %). Кількість екстремумів в порівнянні з моделлю 2 збільшується вдвічі та складає 22. Явище розщеплення поперечних хвиль незначне та характеризує модель 3 як низькоанізотропну. Існує, принаймні, шість особливих напрямків, де ефект розщеплення поперечної хвилі майже відсутній ( $\Delta v_s \rightarrow 0$ ). Коефіцієнт диференціальної пружної анізотропії  $A_d$  змінюється в незначних межах та характеризує модель як низькоанізотропну  $A_d < 5\%$ . На стереопроєкції вказівної поверхні даного параметру чітко виділяються два мінімуми зі значеннями, що близькі до нуля. Вздовж них особливості розповсюдження пружних хвиль мало чим відрізняються від ізотропного середовища.

Акустична симетрія текстури **моделі 4** планальна ромбічна ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ). Інтегральний коефіцієнт акустичної анізотропії  $A_\mu$  суттєво зменшується до величини 1,83 % та характеризує модель як низькоанізотропну. Пружна симетрія текстури моделі 4 ромбічна ( $C_{11}^* < C_{22}^* < C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* < C_{55}^* > C_{66}^*$ ). Швидкість квазіпоздовжньої хвилі зменшується істотно її максимальне значення складає 4100 м/с (рис. 2, г). Кількість екстремумів зростає до дев'яти. Центральний максимум цього пружного параметру просторово співпадає з мінімумом коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії, що близький до нуля. Ефект розщеплення квазіпоперечної хвилі незначний і не перевищує 250 м/с. Явище розщеплення відносно помірне. Розглянуто модель можна охарактеризувати як низькоанізотропну.

За результатами математичного моделювання **моделі 5** встановлено, що її акустична симетрія текстури змінюється від планальної поперечно-ізотропної ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* \approx \mu_{33}^*$ ) при одновідсотковому вмісті каолініту до аксіальної ромбічної ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ), коли концентрація глинистого матеріалу досягає 5 % (табл. 2). Пружна симетрія текстури ромбічна ( $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* < C_{55}^* >$

$C_{66}^*$ ) як для низько глинистої моделі, так і для моделі з підвищеним вмістом каолініту ( $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* < C_{55}^* < C_{66}^*$ ). Наявність та підвищений вміст каолініту (10 %) для тріщинно-порового кварцового пісковику істотно змінюють поведінку параметрів пружної анізотропії. На стереопроєкції вказівної поверхні квазіпоzdовжної хвилі  $v_p$  (рис. 2, д) чітко виділяються 9 екстремумів, сім з яких витягнуті вздовж осі  $X_2$ , що вказує на лінійний характер текстури моделі. Подібне розташування екстремумів характерне і для інших параметрів пружної анізотропії. Різниця між «швидкою» та «повільною» квазіпоперечними хвилями змінюється від 40 до 300 м/с, а коефіцієнт диференціальної пружної анізотропії  $A_d$  не перевищує 7,5 %, що характеризує представлену модель як середньоанізотропну. На стереопроєкції вказівної поверхні різниці між швидкостями «швидкої» та «повільної» поперечних хвиль чітко виділяються два мінімуми, де значення відповідного параметру близьке до нуля. В цих особливих напрямках ефект розщеплення хвилі поперечної поляризації майже відсутній.

Наявність в моделі 6 каверн та мікротріщин суттєво змінює характер акустичної та пружної анізотропії моделі. За результатами математичного моделювання ефективних акустичних і пружних сталей моделі 6 встановлено, що акустична симетрія текстури змінюється від планальної ромбічної ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* < \mu_{33}^*$ ) при концентрації видовжених мікротріщин 0,2 % до аксіальної поперечно-

ізотропної ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ) при 0,6 % мікротріщин, а при збільшенні останніх до 1 % до планальної ромбічної ( $\mu_{11}^* < \mu_{22}^* > \mu_{33}^*$ ). Пружна симетрія текстури ромбічна ( $C_{11}^* < C_{22}^* > C_{33}^*$ ;  $C_{44}^* < C_{55}^* > C_{66}^*$ ). Наявність каверн та мікротріщин ускладнює характер пружної анізотропії. Це характеризується появою додаткових екстремумів для всіх без винятку параметрів пружної анізотропії та їхнім більш контрастним проявом. Вказівна поверхня швидкості квазіпоzdовжної хвилі  $v_p$  (рис. 2, е) характеризується 9-ма екстремумами, вздовж яких розповсюджуються пружні хвилі. Діапазон зміни швидкості незначний від 3590 м/с до 3860 м/с. Швидкості розповсюдження головної хвилі мало відрізняються від моделі 5. Як і для попередніх моделей 4 та 5 просторове розташування екстремумів інших параметрів анізотропії подібне, проте ускладнено додатковими екстремумами. Для різниці між швидкостями «швидкої» та «повільної» квазіпоперечних хвиль їх кількість складає десять, а для коефіцієнта диференціальної пружної анізотропії – 18. Параметр  $\Delta v_s$  змінюється в межах 20–300 м/с, що вказує на помірні ефекти розщеплення квазіпоперечної хвилі. Диференціальний коефіцієнт пружної анізотропії  $A_d$  не перевищує максимального значення в 8 %. Представлену модель за параметрами акустичної та пружної анізотропії можна вважати середньоанізотропною зі сланцюватою текстурою.

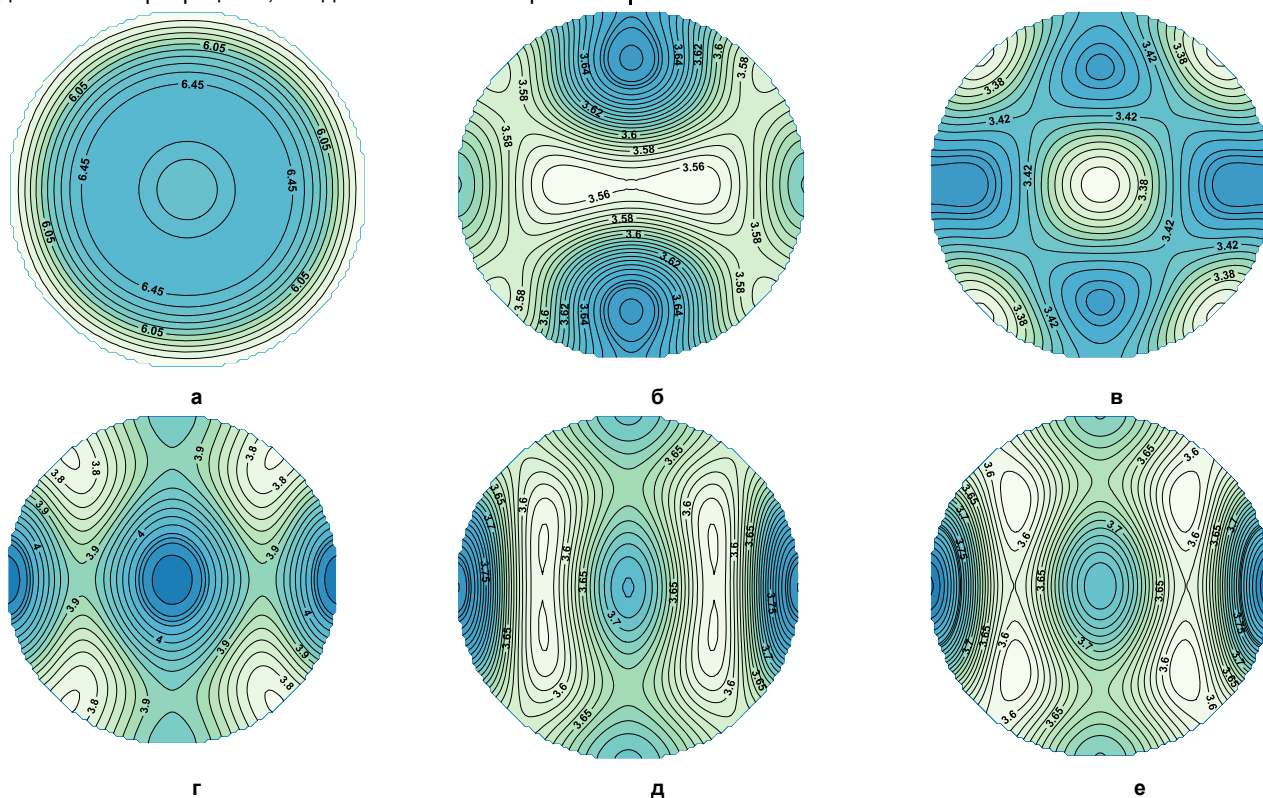


Рис. 2 Стереопроєкції ізоліній значень швидкості повздовжньої хвилі для моделей пісковику Рунувщинської площі: а – 11, б – 220, в – 33, г – 4, д – 510, е – 610

**Висновки.** За результатами математичного моделювання акустичних і пружних параметрів найбільш типових пісковику-колекторів Рунувщинської площі можна зробити наступні висновки.

Анізотропія акустичних і пружних властивостей розглянутих пісковику може бути зумовлена різноманітними факторами, а саме:

- орієнтацією пустот (первинних пор, вторинних тріщин та каверн), їх концентрацією та форматами;
- мінеральним складом, формою та орієнтацією породотвірних мінералів;

- тонкою шаруватістю порід.

Вклад кожного з зазначених факторів у кожному конкретному випадку є різним, і в реальних геологічних породах вони проявляються в різноманітних співвідношеннях та можуть бути прослідковані за акустичними даними.

Акустична симетрія текстури більшості розглянутих моделей планальна поперечно-ізотропна або аксіальна ромбічна. Останній тип акустичної симетрії притаманний пісковику з вмістом слюд, каолініту, тріщинним та кавернозним пісковику.



Планальний тип симетрії може свідчити про наявність однонаправлених напруг стиснення. Аксиальний тип симетрії – про наявність однонаправлених напруг розтягу. Ускладнення симетрії до ромбічної може вказувати на неодноразові цикли стиснення – розтягнення.

Максимальні значення диференціального коефіцієнта пружної анізотропії  $A_d$  близькі до значень коефіцієнта інтегральної акустичної анізотропії  $A_\mu$ , проте змінюються в більш широких межах.

Для майже половини моделей пісковиків можна виділити на стереопроєкціях вказівної поверхні диференціального коефіцієнта пружної анізотропії особливі напрямки, де значення цього параметра дорівнює нулю або близьке до нього. В цих напрямках розповсюджуються пружні хвилі за законами ізотропного середовища.

Симетрія тензора пружних сталей накладає жорсткі обмеження на всі без винятку параметри пружної анізотропії.

Форма пустот істотно впливає на параметри акустичної та пружної анізотропії. Однозначно встановлено, що тріщинуватість має більший вплив на ефективні акустичні та пружні параметри породи, ніж кавернозність.

Параметри акустичної та пружної анізотропії є індикаторами при дослідженнях однотипних за літологією порід з різними типами мінеральних включень та структури пустотного простору.

Розроблені моделі, безсумнівно, можуть бути використані при інтерпретації петрофізичних та геофізичних матеріалів для вивчення зміни структури пустотного простору, типу та концентрації породотвірних мінералів в породи.

Математичне моделювання пружних і акустичних параметрів з врахуванням їх анізотропії є важливим етапом при обґрунтуванні математичних моделей типу "кern"-кern та "кern"-геофізика", які використовуються при інтерпретації геофізичних даних для пошуків і розвідки нафто-, газо- та водонасичених порід-колекторів і можуть бути використані для складання банку даних математичних моделей складно-будованих порід досліджуваних регіонів.

#### Список використаної літератури

1. Александров К.С. Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород / К.С. Александров, Г.Т. Продайвода. – Новосибирск: Изд. СО РАН, 2000. – 354 с.
2. Безродна І. Математичне моделювання впливу мінерального скелету та пористості на параметри пружної анізотропії складнобудованих теригенних порід-колекторів Волино-Поділля / І. Безродна, Д. Безродний, Р. Голяка // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Геологія. – 2016. – №73. – С. 27-32. <http://doi.org/10.17721/1728-2713.73.04>.

3. Геофізичні методи оцінки продуктивності колекторів нафти і газу / Г. Продайвода, С. Вижва, І. Безродна, Т. Продайвода. – Київ: ВПЦ "Київський університет", 2011. – 367 с.

4. Комплексні аналітичні лабораторні дослідження кернів із свердловин Руновшчинської ділянки: звіт з НДР / С.А. Вижва, І.І. Оницьук, І. М. Безродна та ін. – Київ, 2017. – 601 с.

5. A micromechanical model for the elasto-viscoplastic and damage behavior of a cohesive geomaterial / A. Guéry, F. Cormery, K. Su et al. // PhysChem Earth. – 2008. – №33. – С. 416–421.

6. An associated elastic-viscoplastic constitutive model for sandstone involving shear-induced volumetric deformation / M. Weng, L. Tsai, Y. Hsieh, F. Jeng // Int J Rock Mech Min Sci. – 2010. – №47. – С. 1263–1273.

7. Atkinson B. K. Subcritical crack propagation in rocks: theory, experimental results and applications / B.K. Atkinson // J Struct Geol. – 1982. – №4. – С. 41–56.

8. Grgic D. Modelling of the short and long-term behavior of rocks of Lorraine (France) ferrous formation: PhD Thesis / D. Grgic. – INPL, Nancy (in French), 2001.

9. Wojtacki K. Computing the elastic properties of sandstone submitted to progressive dissolution / K. Wojtacki, L. Daridon, Y. Monerie // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – Montpellier, France. – 2017. – P. 16-25.

#### References

1. Aleksandrov, K.S., Prodaivoda, G.T. (2000). Anizotropiia uprugikh svoystv mineralov i gornykh porod. Novosibirsk: Izd. SO RAN, 354 p. [in Russian].
2. Bezrodna, I., Bezrodnyi, D., Holiaka, R. (2016). Mathematical modelling of influence of the mineral composition and porosity on elastic anisotropic parameters of complex sedimentary rocks of Volyn-Podolia area. Visnyk of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Geology, 73, 27-32. <http://doi.org/10.17721/1728-2713.73.04>. [in Ukrainian].
3. Prodaivoda, G.T., Vyzhva, S.A., Bezrodna, I.M., Prodaivoda, T.H. (2011). Heofizychni metody otsinky produktyvnosti kolektoriv nafty i hazu. K.: VPTs "Kyivskiy universytet", 367 p. [in Ukrainian].
4. Vyzhva, S.A., Onyshchuk, I.I., Bezrodna, I.M. et al. (2017). Kompleksni analitichni laboratorni doslidzhennya kerniv iz sverдловин Runovshchinskoyi dilyanky: zvit z NDR. Kyiv, 601 p. [in Ukrainian].
5. Guéry, A., Cormery, F., Su, K., Shao, J.F., Kondo, D. (2008). A micromechanical model for the elasto-viscoplastic and damage behavior of a cohesive geomaterial. PhysChem Earth., 33 (1), 416–421.
6. Weng, M.C., Tsai, L.S., Hsieh, Y.M., Jeng, F.S. (2010). An associated elastic-viscoplastic constitutive model for sandstone involving shear-induced volumetric deformation. Int J Rock Mech Min Sci., 47(8), 1263–1273.
7. Atkinson, B.K. (1982). Subcritical crack propagation in rocks: Theory, experimental results and applications. J Struct Geol., 4, 41-56.
8. Grgic, D. (2001). Modelling of the short and long-term behavior of rocks of Lorraine (France) ferrous formation. Ph.D. Thesis. INPL, Nancy.
9. Wojtacki, K., Daridon, L., Monerie, Y. (2017). Computing the elastic properties of sandstone submitted to progressive dissolution / International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. Montpellier, France, 16-25.

Надійшла до редколегії 11.05.17

I. Bezrodna, Cand. Sci.(Geol.), Assoc. Director  
E-mail: bezin3@ukr.net,  
D. Bezrodnyi, Cand. Sci.(Geol.), Assoc. Prof.  
E-mail: manific2@ukr.net,  
O. Kozionova, Lead Engineer  
Taras Shevchenko National University of Kyiv  
Institute of Geology, 90 Vasykivska Str., Kyiv, 03022, Ukraine

## ANALYSIS OF IMPACT OF MINERAL MATRIX OF RUNOVSHCHINSKA AREA RESERVOIR ROCKS ON THE ELASTIC AND ACOUSTIC PARAMETERS (BASED ON THE RESULTS OF MATHEMATICAL MODELLING)

*Purpose of the work consists in the analysis of impact of rocks mineral matrix on the parameters of their elastic and acoustic anisotropy during the investigations of models of terrigenous reservoir rocks of Runovshchinska area.*

*Methods of conditional moment functions using Mori-Tanaka computational pattern and least squares method were used to solve the problem. Authors developed 6 mathematical models of reservoir rocks of the region, based on the results of petrophysical studies carried out at the Institute of geology and authors' personal investigations.*

*Based on the results of modeling for the model of pure quartz sandstone it was determined that main mineral of the matrix – quartz, – which determines almost all elastic and acoustic properties of the model, has dominant influence on the rock symmetry type. In case of changes in the aspect ratio, appearance of other minerals (mica, kaolinite, calcite, plagioclase, feldspar) and secondary elongated voids in the following models and with increase of the voids concentration, the typical symmetry type is mainly orthorhombic and transversely-isotropic.*

*Acoustic symmetry of texture of the prevailing part of investigated models is planar transversely isotropic or axial orthorhombic. The last type of the acoustic symmetry is common for the sandstones that contain mica or kaolinite, fractured and cavernous sandstones. Planar symmetry type can indicate the presence of unidirectional compression stress. Axial symmetry type indicates the presence of unidirectional tensional stress. Complication of symmetry to the orthorhombic can be considered as the evidence of multiple compressions and tensions.*

*Maximum values of differential coefficient of acoustic anisotropy (up to 10%) are close to the values of integral coefficient of acoustic anisotropy, but they vary in wider range. Specific directions where the value of this parameter are equal or close to zero can be found on the stereoprojections of indicating surface of differential coefficient of acoustic anisotropy. Elastic waves propagate accordingly to the laws for the isotropic medium along these directions.*

*Besides mineral composition the shape of voids substantially influences the parameters of acoustic and elastic anisotropy. Fractures have definitely higher impact on the investigated parameters than caverns.*

*Parameters of acoustic and elastic anisotropy are the indicators for the investigations of the same-type rocks with different parameters of mineral inclusions and void space structure.*

*Developed models undoubtedly may be used during the interpretation of petrophysical and geophysical data to study the changes of the void space structure, types and concentration of rock-forming minerals in the rock.*

**Keywords:** mathematical modelling, elastic anisotropy, sandstones of complex structure.

И. Безродная, канд. геол. наук, зам. директора

E-mail: bezin3@ukr.net,

Д. Безродный, канд. геол. наук, доц.

E-mail: manific2@ukr.net,

О. Козионова, вед. инженер

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

УНИ "Институт геологии", ул. Васильковская, 90, г. Киев, 03022, Украина

## АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ МИНЕРАЛЬНОГО СКЕЛЕТА ПОРОД-КОЛЛЕКТОРОВ РУНОВЩИНСКОЙ ПЛОЩАДИ НА УПРУГИЕ И АКУСТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ (РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ)

*Цель работы – анализ влияния минерального скелета пород на параметры их упругой и акустической анизотропии при исследовании моделей терригенных пород-коллекторов Рунувщинской площади.*

*Задача решалась на основе методов условных моментных функций с использованием расчетной схемы Мори-Танака и метода наименьших квадратов. Авторами разработаны 6 математических моделей пород-коллекторов региона, в основу которых положены результаты петрографических исследований, выполненных в УНИ "Институт геологии", а также личные наработки авторов.*

*Исходя из результатов моделирования для модели чистого кварцевого песчаника, решающее влияние на тип симметрии породы имеет основной минерал матрицы – кварц, который и определяет практически все упругие и акустические свойства модели. При изменении форматов пустот и появлении в моделях других минералов (слюд, каолинита, кальцита, плагиоклаза, полевого шпата) и вторичных вытянутых пустот, а также при увеличении концентраций пустот, характерный тип симметрии – преимущественно ромбический и поперечно-изотропный.*

*Акустическая симметрия текстуры большинства рассмотренных моделей планарная поперечно-изотропная или аксиальная ромбическая. Последний тип симметрии присущ песчаникам с содержанием слюд, каолинита, а также трещинным и кавернозным песчаникам. Планарный тип симметрии может свидетельствовать о наличии однонаправленных напряжений сжатия. Осевой тип – о наличии однонаправленных напряжений растяжения. Усложнение симметрии до ромбической может указывать на неоднократные циклы сжатия – растяжения.*

*Максимальные значения дифференциального коэффициента упругой анизотропии (до 10%) близки к значениям коэффициента интегральной акустической анизотропии, однако меняются в более широких пределах. Практически для половины моделей песчаников на стереопроекциях указательных поверхностей дифференциального коэффициента упругой анизотропии можно выделить особые направления, где значения этого параметра равны нулю или близки к нему. В этих направлениях распространяются упругие волны по законам изотропной среды.*

*Кроме минерального состава, существенно влияет на параметры акустической и упругой анизотропии форма пустот. Однозначно, трещиноватость имеет большее влияние на исследуемые параметры породы, чем кавернозность.*

*Параметры акустической и упругой анизотропии являются индикаторами при исследованиях однопородных пород с различными типами минеральных включений и структуры пустотного пространства.*

*Разработанные модели, несомненно, могут быть использованы при интерпретации петрофизических и геофизических материалов для изучения изменения структуры пустотного пространства, типа и концентрации породообразующих минералов в породе.*

**Ключевые слова:** математическое моделирование, упругая анизотропия, сложнопостроенные песчанники.