

УДК 550:805

К. Нікітченко, асп.

Email: kostyanikitchenko@gmail.com

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ННІ "Інститут геології", вул. Васильківська, 90, Київ, 03022, Україна

СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО ВИДІЛЕННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ЛІТОСФЕРИ

(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром геол. наук, проф. М. І. Орлюком)

Розглянуто методики визначення магнітного поля літосфери, проблеми його виділення та інтерпретації. У роботі коротко проаналізовано методи моделювання регіональних магнітних тіл. В останні роки накопичився великий об'єм векторних і скалярних магнітних даних, які стали доступними для вчених усього світу. Вони охоплюють висотні рівні від поверхні Землі до супутникових висот і характеризуються значною горизонтальною щільністю. Обробка таких даних вимагає альтернатив до методу сферичних гармонік, що широко використовується. Кількість доступних методів значна, тому часто важко вибрати один метод, який буде найбільш підходящим.

Регіональні методи моделювання можна поділити на дві групи. До першої входять методи, основані на сферичних сплайнах, вейвлетах чи інших локалізованих сферичних функціях. До другої відносять методи, в основі яких лежить плоска апроксимація, наприклад прямокутний гармонічний аналіз і циліндричний гармонічний аналіз; методи які враховують сферичність Землі (SCHA, Revised-SCHA). Виділено особливості кожної методики та межі її застосування. Розглядаються критерії вибору оптимальної методики на основі існуючих даних і перспективи подальшого розвитку регіонального магнітного моделювання. Проблема поділу полів розв'язується протягом усього етапу розвитку геомагнетизму, але однозначного рішення не має у зв'язку з неоднозначністю оберненої задачі магніторозвідки. З метою представлення та подальшого аналізу поля (як правило, його аномальної компоненти, зв'язаної з літосферою) середовище апроксимується безліччю комірок з позитивною або негативною намагніченістю, що дозволяє підібрати магнітні аномалії будь-якого типу. Незважаючи на те, що така модель середовища не є геологічною, вона дозволяє в подальшому робити з полем будь-яке перетворення (перерахунки, усереднення і т. д.).

Ключові слова: регіональне моделювання, сферичні гармоніки, сферичний гармонічний аналіз, регіональні методи моделювання магнітних тіл.

Вступ. Наразі не існує єдиної прийнятої методики для виділення складових магнітного поля Землі від різних джерел. І це, у першу чергу, обумовлено не аналітичною складовою, а відсутністю в достатній кількості відповідних вимірних даних. Хоч певні зрушення в даному напрямку є, наприклад, запуск таких супутникових місій, як "Swarm" і "Magnetospheric Multiscale", які дозволять у найближчому майбутньому краще зрозуміти природу джерел магнітного поля, його внесків, інтенсивності варіацій. Проте через високу вартість досліджень, кількість їх не відповідає потребам. Тому постає питання: як із наявних на сьогоднішній день даних побудувати прийнятну модель магнітного поля, яке створює літосфера.

В останні роки накопичився великий об'єм векторних і скалярних магнітних даних, які стали доступними для вчених усього світу. Вони охоплюють висотні рівні від поверхні Землі до супутникових висот і характеризуються значною горизонтальною щільністю. Обробка таких даних вимагає альтернатив до методу сферичних гармонік, що широко використовуються. Кількість доступних методів значна, тому часто важко вибрати один метод, який буде найбільш підходящим [5]. Регіональні методи моделювання можна поділити на дві групи. У першу входять методи, основані на сферичних сплайнах, вейвлетах чи інших локалізованих сферичних функціях. До другої відносять методи, в основі яких лежить плоска апроксимація, наприклад прямокутний гармонічний аналіз і циліндричний гармонічний аналіз; методи, які враховують сферичність Землі (SCHA, Revised-SCHA). Усі підходи, очевидно, не еквівалентні на практиці [6].

Підходи до регіонального моделювання, які сьогодні використовуються у світі, основані на рішенні рівняння Лапласа в обмеженій області. Перш ніж продовжити, важливо зазначити, що поняття внутрішньої й зовнішньої області в регіональному масштабі ускладнюється наявністю бічної межі, будь то квадрат чи коло (або будь-який інший тип границі). Таким чином, регіональні базисні функції не можуть розрізняти магнітних полів, що генеруються нижче або вище поверхні Землі. Тож, якщо потрібно вивчити чи інтерпретувати магнітне поле моделі, перед чим необхідно вилучити небажані компоненти [6].

Прямокутний гармонічний аналіз – один з основних підходів моделювання магнітних полів регіонального та локального масштабу, який не вимагає застосування великої кількості модельних параметрів. Прямокутний гармонічний аналіз (RHA) застосовується в локальній області прямокутного вікна. Чим більшим стає розмір локальної області – тим менш точними ставитимуть результати, що є наслідком апроксимації земної поверхні як площини. З іншого боку, такий підхід легший в застосуванні за сферичний гармонічний аналіз (SCHA), і дає хороші результати на малих площах. Уперше він застосований такими вченими, як Накагава і Юкутаке для аналізу супутникових даних магнітного поля. Для аналізу супутникових даних потрібно вводити зважувальну функцію, яка мінімізуватиме крайові ефекти [5].

Потенціальна функція в прямокутних координатах виразу може бути представлена в комплексній формі таким чином:

$$Sv(x,y,z)=X_0x+Y_0y+Z_0z+\sum_{k=-K}^K\sum_{l=-L}^L xkl \exp\left[-2\pi i\left(\frac{kx}{L_x}+\frac{ly}{L_y}\right)\right]\exp(D_{kl}z), \quad (1)$$

де вісь x направлена на географічну північ, y – на географічний схід, z – вниз до центру Землі.

Вираз (1) є дійсним у необмеженій області $[0, L_x] \times [0, L_y] \times [x, y] \in [0, \infty]$ з віссю z , орієнтованою позитивно вниз (рис. 1). Потенціал – це по суті L_x, L_y періодична функція на горизонтальній площині, яка прямує до нуля, коли вісь z прямує в напрямку мінус нескінченності. Вираз, за-

значений вище, доповнюється лінійними членами, які мінімізують граничні ефекти. Накагава і Юкутаке виконували обчислення в квадратному вікні ($L_x = L_y$) з ізотропним розкриттям ($K = L = 3$), тоді як винахідник даного методу використовував вікно прямокутної форми, але обмежив суми залежністю $k + l = N_{\max} + 1$. Коли функція не є періодичною – виникають ефекти Гіббса. І вони тим бі-

льші, чим більше відрізняються значення на протилежних границях. Лінійні члени, які, очевидно, гармонічні, призначені для мінімізації ефектів Гіббса. Також для мінімізації крайових ефектів можливо вводити зважувальну функцію, що можна побачити на прикладі робіт Накагава і Юкутаке [5].

За відсутності магнітних джерел, близько розташованих до границі області, виконуються умови регулярності. Проте при моделюванні по обмеженій області виникає проблема обмеженого використання хвиль різних довжин, так, наприклад, не можна використовувати такі довжини хвиль, які будуть більшими за розмірність області. Таким чином, значення на границі області будуть характеризуватись найменшою точністю. RNA метод добре

себе показує при моделюванні магнітних джерел як великого масштабу (ядро), так і малого (земної кори). Проте встановлено, що на границях виникають спотворення, які поширюються від країв до центра прямокутника, що характеризує їх як ефект Гіббса. Великі похибки обумовлені також плоскою апроксимацією сферичної земної поверхні. Неортогональність функцій – ще одна особливість, яка не дозволяє проводити спектральний аналіз. При використанні даних, отриманих на різних висотах, даний метод не забезпечує задовільних рішень, адже радіальні функції не призначені для такої мети. Постановка відповідних граничних умов кожного домену всієї області підвищує точність методу [5].

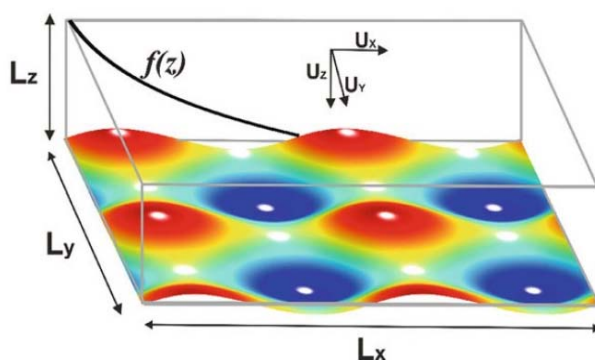


Рис. 1. Схематичне зображення робочої області методу RNA
Кольорова поверхня являє собою прямокутні гармоніки для $l = 3$ і $k = 3$; $f(z)$ – експоненціальна залежність радіального поля від висоти [3]

На рис. 2 наведено приклад застосування методу на території Європи. Модель отримана на основі інвертування синтетичних даних по Z-компоненті без установлення конкретних граничних умов. Мінімальні довжини хвиль близько 100 км [5].

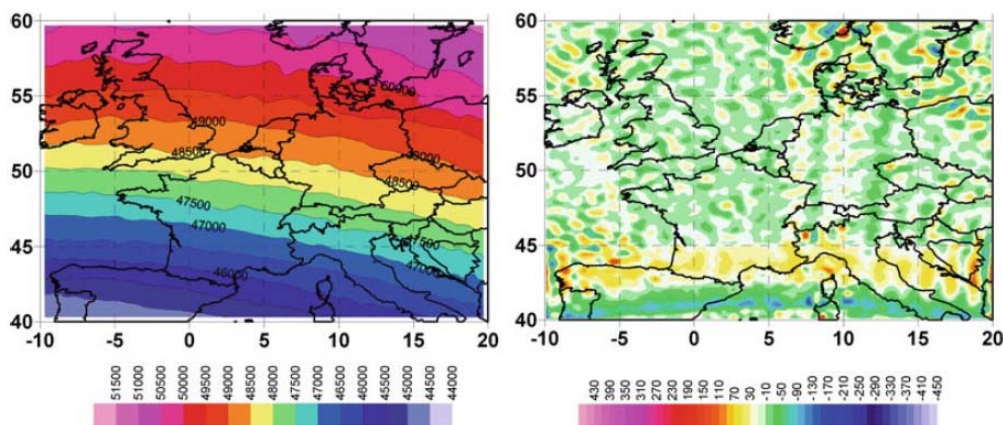


Рис. 2. Приклад застосування прямокутного гармонічного аналізу для Z-компоненти.
Отримана модель (зліва) і нев'язки між моделлю та даними (праворуч). Одиниці вимірювання – нТ [3]

Даний метод має низку недоліків, проте продовжує використовуватись при моделюванні для малих територій, де можна не враховувати сферичність поверхні Землі. Є методи, які перевершують його в багатьох аспектах.

Циліндричний гармонічний аналіз. Цей метод розробив Елдрідж, він базується на розв'язку рівняння Лапласа в обмеженій області, а саме, у циліндричній області

в полярних координатах. Використовується для аналізу магнітних полів, які мають циліндричну симетрію. Вертикальна вісь досліджуваної області – це вісь симетрії, а відстань від такої осі перпендикулярно до границі є радіусом ρ (рис. 3). У циліндричних координатах (r, θ, z) , рівняння Лапласа набуває вигляд [5]:

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r V) + \frac{1}{r^2} \partial_{\theta}^2 V + \partial_z^2 V = 0 \quad (2)$$

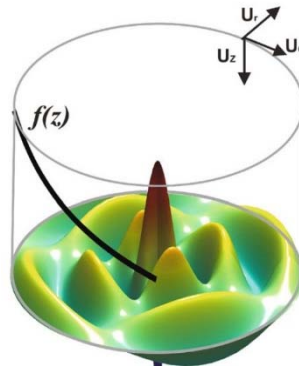


Рис. 3. Схематичне зображення робочої області методу СНА.

Кольорова поверхня являє собою прямокутні гармоніки для $m = 2$ і $k = 2$; $f(z)$ – експоненціальна залежність радіального поля від висоти [3]

Методом розділення змінних з $V(r, \theta, z) = R(r)T(\theta)Z(z)$ виконуємо перетворення, результатом яких є такий набір диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} d_z^2 Z &= \mu^2 Z, \\ r^2 d_r^2 R + r d_r R + (\mu^2 r^2 - \lambda^2) R &= 0, \\ d_\theta^2 T &= -\lambda^2 T, \end{aligned} \quad (3)$$

де μ^2 і λ^2 – апіорні комплексні константи. Змінюючи μr на s , а $S(s)$ на $R(s/\mu)$, отримаємо диференціальне рівняння Бесселя

$$s^2 d_s^2 S + s d_s S + (s^2 - m^2) S = 0, \quad (4)$$

де s – апіорна комплексна змінна. До рівняння (4) беруться умови: $s = 0$ і $s = \mu r$. Наступне рівняння (5) має два лінійно незалежні рішення, а саме – функцію Бесселя першого роду $J_m(s)$ і функцію Неймана $N_m(s)$. Однак функції Неймана мають бути відкинутими, оскільки вони прямують до нескінченності за умови, коли s прямує до нуля, отже, [5]

$$R(r) = J_m(\mu r). \quad (5)$$

Фактор μ може бути визначеним установленням граничних умов як $s = \mu r$. Тому

$$a J_m(\mu r) + \beta J_m(\mu r) = 0. \quad (6)$$

Формальне рішення виглядає таким чином:

$$V(r, \theta, \zeta) = \sum_{m=0}^M \sum_{k=0}^K J_m(\mu_m r) (D_{mk} \cos m\theta + E_{mk} \sin m\theta) \exp(\mu_m \zeta). \quad (7)$$

За умови $r = \rho$, рішення набуде такого вигляду:

$$V(r, \theta, \zeta) = A \zeta + \sum_{m=0}^M \sum_{k=0}^K J_m(k \rho r) (D_{mk} \cos m\theta + E_{mk} \sin m\theta) \exp(k \zeta). \quad (8)$$

Таке рівняння (8) справедливе для області всередині циліндра. Основну проблему становить знаходження параметра ν . При використанні одного і того ж значення ν для великих і малих масштабів виникають значні похибки. При регіональному моделюванні даним методом можна отримати цікаві результати, якщо його мета відфільтрувати деякі компоненти поля, створюваного землею корою. Проте не можна стверджувати, що головне поле буде правильно представлено, оскільки багато функцій не утворюють повного базису. Функції не є ортогональними, тому застосування спектрального аналізу не допускається, як і використання даних, отриманих на рі-

зних висотних рівнях. Математика задачі може бути правильною при встановленні граничних умов, що дозволяє визначити не лише одне значення ν , але й набір μ_{mk} . Таким чином, визначається повна базисна функція, що дозволяє представити будь-який внесок магнітного поля (ядра чи кори) в горизонтальному плані [5].

На рис. 4 наведено приклад застосування методу для території центральної Європи. Ні в якому разі не можна стверджувати, що магнітне поле представлено правильно, оскільки багато функцій не утворюють повного базису [5]. Функції не є ортогональними, спектральний аналіз неможливий, а застосування даних з різних висот призводить до значних труднощів.

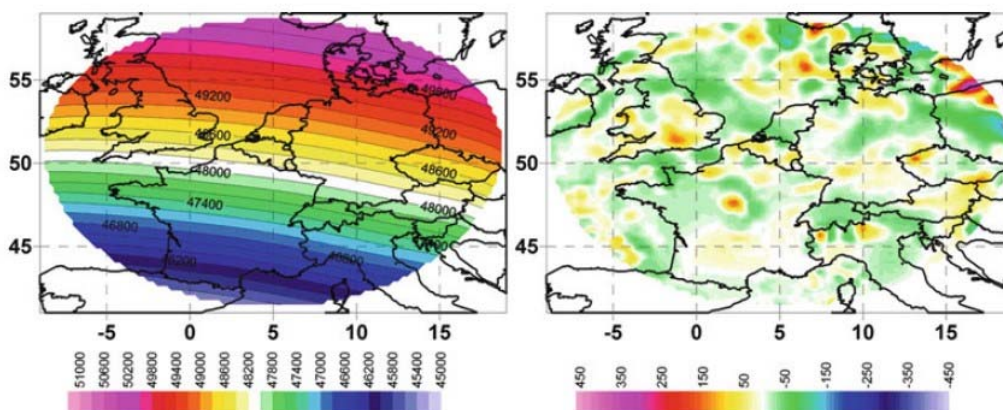


Рис. 4. Приклад застосування циліндричного гармонічного аналізу для Z-компоненти.

Отримана модель (ліворуч) та нев'язки між моделлю та даними (праворуч). Одиниці вимірювання – нТ [3]

SCHA і R-SCHA. Гармонічний аналіз сферичного сегмента з однією основою (SCHA) і вдосконалий гармонічний аналіз сферичного сегмента з однією основою (R-SCHA) в регіональному моделюванні найбільш близькі до сферичного гармонічного аналізу. SCHA був розроблений Хейнесом для моделювання аналітичного магнітного поля Канади в 1985 р. [9]. З того часу ці методи набули широкого використання при моделюванні регіональних магнітних об'єктів включно з розрахунком аналітичного магнітного поля, вікових варіацій, поля земної кори, зовнішнього магнітного поля і, навіть, застосування за межами геомагнетизму.

$$V_{SCHA} = a \sum_{k>m} \sum_{m>0} \left(\frac{a}{r} \right)^{nk+1} \left(g_{nk}^{i,m} \cos(m\phi) + h_{nk}^{i,m} \sin(m\phi) \right) P_{nk}^m(\theta) +$$

$$a \sum_{k>m} \sum_{m>0} \left(\frac{a}{r} \right)^{nk} \left(g_{nk}^{e,m} \cos(m\phi) + h_{nk}^{e,m} \sin(m\phi) \right) P_{nk}^m(\theta), \quad (9)$$

де g_{nk}^m і h_{nk}^m – коефіцієнти внутрішніх і зовнішніх потенціалів, представлені верхніми індексами i та e . Відповідні функції Лежандра $P_{nk}^m(\theta)$ задовольняють граничні змішані умови θ_0 .

Незважаючи на очевидні реалістичні результати, отримані даним методом, існують обмеження, обумовлені неповнотою базисних функцій. Тому набули розви-

Факт того, що SCHA задовольняє рівняння Лапласа і можливість представлення високочастотних полів за допомогою малого набору коефіцієнтів (порівняно з глобальним сферичним аналізом) робить метод одним з основних, зокрема на національному рівні [8]. Хоча існують недоліки оригінального SCHA, пов'язані з інверсією мультирівневих наборів даних. Альтернативою SCHA став метод R-SCHA, в якому стало можливим коректне використання мультирівневих наборів даних [8].

Сферичний гармонічний аналіз з однією основою продовжує розвиватися протягом останніх десятиліть. Потенціал магнітного поля SCHA – це рішення рівняння Лапласа в обмеженій області, виглядає таким чином [5]:

тку різні рішення і вдосконалення методу SCHA під єдиною назвою R-SCHA. Залежно від обраних граничних умов, обсягу даних та їхнього розподілу вибирається оптимальне рішення R-SCHA (10). Однак усі рішення мають один і той самий канонічний вигляд [5]:

$$V_{R-SCHA} = a \sum_{k>m} \sum_{m>0} \left(\frac{a}{r} \right)^{nk+1} \left(g_{nk}^{i,m} \cos(m\phi) + h_{nk}^{i,m} \sin(m\phi) \right) P_{nk}^m(\theta) +$$

$$a \sum_{k>m} \sum_{m>0} \left(\frac{a}{r} \right)^{nk} \left(g_{nk}^{e,m} \cos(m\phi) + h_{nk}^{e,m} \sin(m\phi) \right) P_{nk}^m(\theta) +$$

$$a \sum_{p>0} \sum_{m>0} R_p(r) \left(g_p^m \cos(m\phi) + h_p^m \sin(m\phi) \right) K_p^m(\theta) \quad (10)$$

Порівняно із SCHA R-SCHA включає додатковий набір базисних функцій $K_p^m(\theta)$, відомих під назвою функцій Мілера, але використовує тільки один набір базисних функцій Лежандра. P – упорядкований індекс; R_p – радіальні функції, що являють собою зміну магнітного поля в радіальному напрямку всередині конічної області за умови, що використовуються набори даних з різних висот [5].

Проте SCHA продовжує застосовуватись при злитті супутникових і приповерхневих даних, а також, за наявності набору даних тільки на одному висотному рівні. Змога об'єднання супутникових і приповерхневих даних відкриває новий спектр можливостей для вивчення різних областей земної кори і регіонального аналізу та безумовно залишається одним із пріоритетних напрямів досліджень [6].

Теоретичні обмеження SCHA. Обидва методи – SCHA і R-SCHA мають обмеження в їхньому практичному застосуванні.

- Відображення довгих хвиль. Довгохвильове моделювання (вікові варіації чи спокійні сонячні магнітні варіації) методом SCHA має певні обмеження, обумовлені моделюванням магнітного поля в обмеженій області. Тобто, чим більша комірка моделювання, тим більшого хвильового діапазону можна досягти.

- Радіальна екстраполяція поля. Хайнц показав, як погіршується точність моделей SCHA з висотою. Нині

таке обмеження набуло широкого резонансу у зв'язку зі збільшенням даних з різних висотних рівнів і, відповідно, можливості їхнього злиття.

- Розділення магнітного поля на внутрішню і зовнішню складові. Внутрішні та зовнішні коефіцієнти, при окремому використанні, не в змозі належним чином описати відповідні внески.

- Компроміс при одночасному виділенні H - і Z -компонент. Неповнота базисних функцій спричиняє теоретичну неможливість одночасного виділення їх [9].

Теоретичні обмеження R-SCHA. Існують дві основні проблеми, які важко розв'язати. Перша – розділення магнітного поля на внутрішню і зовнішню складові, оскільки і в SCHA вона не може бути розв'язана тільки за рахунок уточнення коефіцієнтів. Для цього необхідні виміряні магнітні дані на різних висотних рівнях. На сьогодні відсутність (або незначна кількість) аеромагнітних і супутникових магнітних даних не дає змоги з достатньою точністю вирішувати завдання регіонального геомагнітного моделювання.

Друга проблема – це швидкість збіжності ряду. Добре відомо, що Фур'є-подібні ряди сходяться повільно до рішення. Це не становить труднощів, якщо дані доступні в достатній кількості, але може бути проблемою в разі нерегулярно розподілених даних.

Рішення рівняння Лапласа для SCHA. Потенціал магнітного поля виглядає так:

$$V(r, \theta, \phi) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} G_k^{i,m} \psi_{i,k}^m(r, \theta, \phi) + G_k^{e,m} \psi_{e,k}^m(r, \theta, \phi), \quad (11)$$

Вираз (11) є подібним до рівняння сферичних гармонік. Ступінь v дискретного набору реальних значень за-

лежить від порядку m . Таким чином, інтерпретація індексів i та e , відносно реального розташування внутрішніх і зовнішніх джерел магнітного поля відносно сфери $S(a)$

не така проста, як у методі сферичних гармонік. Незважаючи на свою популярність і тісний взаємозв'язок з SH, кількома авторами (De Santis and Falcone, 1995) було помічено складність у коректному моделюванні радіальної залежності, особливо при розгляді конусів малої апертури (De Santis, 1991). Насправді, виникають проблеми, оскільки неповне встановлення граничних значень задачі призводить до неповного набору базисних функцій відносно відповідного функціонального простору. Математично це досить легко продемонструвати, якщо навести такий контр-приклад. Нижче наведено задачу Діріхле [5]:

$$\begin{aligned}\nabla^2(V) &= 0 \text{ on } \Omega, \\ V &= f \text{ on } \partial_{\theta_0} \Omega, \\ V &= 0 \text{ on } \partial_a \Omega \cup \partial_b \Omega\end{aligned}\quad (12)$$

матиме нульові рішення на сферичній кришці, хоч справжнім рішенням буде явно не нульова функція.

Рішення рівняння Лапласа для методу R-SCHA. В областях, вільних від джерел магнітного поля, таких як Ω , обмеженими мінімальним і максимальним радіусами $r = a$, $r = b$ і конусом C із кутом θ_0 (рис. 5), потенціал магнітного поля можна представити за допомогою базисних функцій при рішенні рівняння Лапласа [10].

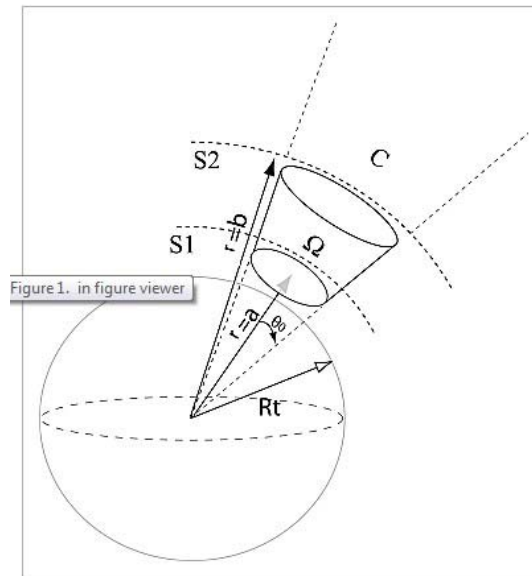


Рис. 5. Робоча область методу R-SCHA. Область обмежена поверхнями двох сфер (S1 і S2) з радіусами a і b [10]

Щоб вирішити крайову задачу, рівняння Лапласа може бути пов'язано з граничними умовами області Ω таким чином [10]:

$$\begin{aligned}\nabla^2 V &= 0 \\ V|_{\theta=\theta_0} &= F(r, \phi) \\ \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{r=a} &= -G_a(\theta, \phi) \\ \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{r=b} &= -G_b(\theta, \phi).\end{aligned}\quad (13)$$

Рішення крайової задачі (14) відбувається шляхом поділу на дві підзадачі. Незалежне рішення задач приводить до побудови повної базисної функції для потенціалу всередині досліджуваної області. Потенціал магнітного поля виглядає так [10]:

$$\begin{aligned}V(r, \theta, \phi) &= a \sum_{k>m} \sum_{m>0} \left(\frac{a}{r}\right)^{nk+1} \left(g_{nk}^{i,m} \cos(m\phi) + h_{nk}^{i,m} \sin(m\phi)\right) P_{nk}^m(\theta) + \\ &+ a \sum_{k>m} \sum_{m>0} \left(\frac{a}{r}\right)^{nk} \left(g_{nk}^{e,m} \cos(m\phi) + h_{nk}^{e,m} \sin(m\phi)\right) P_{nk}^m(\theta) + \\ &+ a \sum_{p>0} \sum_{m>0} R_p(r) \left(g_p^m \cos(m\phi) + g_p^m \sin(m\phi)\right) K_p^m(\theta).\end{aligned}\quad (14)$$

Якщо підсумувати викладене вище, то R-SCHA вважається більш точним при побудові регіональних моделей магнітного поля області, оскільки розв'язує низку проблем SCHA, таких як використання мультирівневих даних, що дозволяє розширити спектр доступних для моделювання магнітних хвиль. Для задачі моделювання магнітного поля літосфери краще підходить R-SCHA, хоч і виникають проблеми, наприклад, важко оцінити вплив джерел, роз-

ташованих поза сферою дослідження [9]. Крім того, відсутність вимірних даних характеристик магнітного поля між супутниковими висотами та землею поверхнею, а також їхня нерегулярність спричиняють неможливість побудови повної моделі магнітного поля, створюваного літосферними джерелами [10]. Але така супутникова місія, як Swarm, спрямована поліпшити спектральну характеристику регіональних моделей. Тому нині такі країни, як Франція, Китай та інші розвинуті країни використовують

даний метод для побудови регіональних моделей магнітного поля літосфери на національному рівні.

Приклад застосування методу SCHА. На рис. 6 наведено приклад застосування методу для території центральної Європи. Використано довжини магнітних хвиль

до 380 км. Розходження між горизонтальною та вертикальною складовими, а також неортогональність базисних функцій призводить до зростання помилок методу, що робить його нестабільним. Може використовуватись для продовження поля у верхній або нижній півпростір, проте метод R-SCHA в цьому відношенні набагато кращий [5].

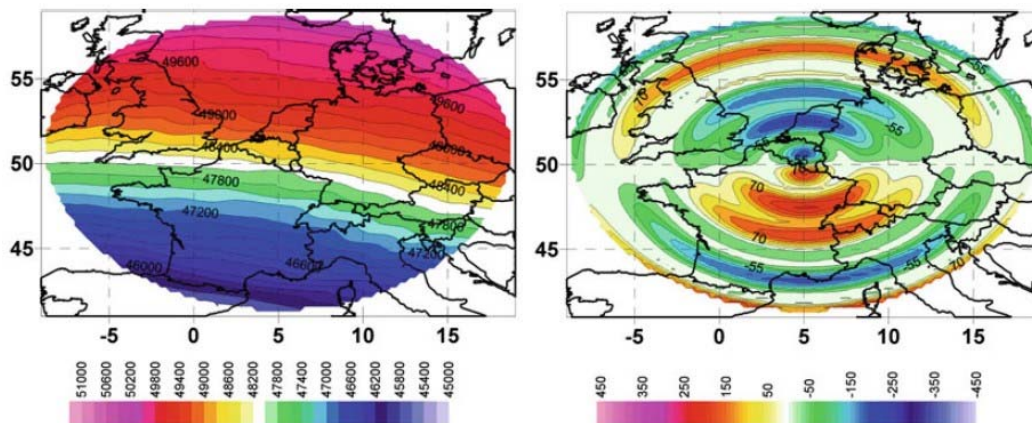


Рис. 6. Приклад застосування циліндричного гармонічного аналізу для Z-компоненти.
Отримана модель (ліворуч) та нев'язки між моделлю та даними (праворуч). Одиниці вимірювання – нТ [3]

Приклад застосування методу R-SCHA. Для прикладу було взято модель магнітного поля, що створюється літосферою (рис. 7) над територією Франції, побудовану Тебо, Мандела та Скотом. Використані дані: супутникові, аеромагнітні, наземні. При побудові моделі застосовувались 1166 локальних параметрів по щільній регулярній сітці даних з відстанню 16 км між точками. Модель добре

узгоджується з відомими геологічними особливостями, але були виявлені й "артефакти" в крайових зонах робочої області [10]. Уперше впроваджено метод R-SCHA до реальної ситуації. Результати говорять за себе – даний метод демонструє перевагу регіонального моделювання над глобальним при дослідженні дрібних деталей літосферних плит за умови достатнього покриття даними.

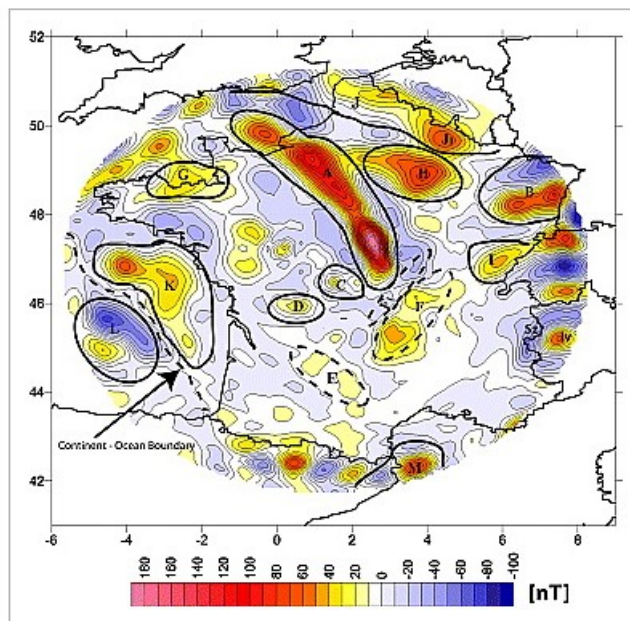


Рис. 7. Змодельована Z-компонента магнітного поля літосфери на території Франції.
Контурні лінії проводяться через кожні 10 нТл [3]

Функції Слєпіана. Останній з найпоширеніших підходів до моделювання аномалій регіонального типу. Добре відомо, що функції не можуть мати кінцевого носія в просторових і спектральних даних одночасно. Пошук і представлення сигналів, які оптимально подані в обох випадках, є фундаментальною задачею теорії даних, і ця задача була вирішена Слєпіаном, Полаком і Ландау. Функції Слєпіана можуть представлятися двома шляхами.

Перший полягає у використанні функцій з обмеженим спектром (до ступеня L, якщо говорити про сферичні гармоніки), і такий підхід можна порівняти з розв'язанням SH рівнянь. Другий підхід полягає в застосуванні концепції строго локалізованих просторових функцій, що дещо схоже на SCHA і R-SCHA [5].

Регіональні магнітні моделі магнітного поля загалом представлені у вигляді сферичних гармонік. Функції ж

Слепіана – це лінійні комбінації сферичних гармонік, які продукують нові базисні функції, значення яких прямують до нуля за межами вибраної ділянки моделювання. Комбінація лінійних сферичних гармонік є такою, що на досліджуваній ділянці з обмеженим частотним спектром функції максимізують просторову енергію у визначеному діапазоні частот, а також залишаються ортогональними за межами робочої області (на відміну від інших підходів), так як і в межах досліджуваної просторової області.

Жоден з описаних вище методів не намагається формально оптимізувати розподіл поля над довільними областями з неправильними межами. У цьому відношенні підхід з використанням функцій Слепіана є унікальним і підходить для вивчення внесків магнітного поля від різних регіонів, а також для оцінки їхніх спектральних характеристик.

Останні вдосконалення цього підходу, розроблені Платнером і Сімонсом, зробили можливим урахування відсутності даних у певних регіонах, або їхнього слабого просторового поширення. Наприклад, даний метод ефективний над океанами чи полярними областями, над якими практично відсутні супутникові дані. Нижче наведено побудоване магнітне поле над Антарктидою (рис. 8).

Тобто описаний метод – є досить гнучким і навіть унікальним методом, який дозволяє змінювати модель для дуже

специфічної геометрії, як, наприклад, територія країни. Обернена задача чисельно добре обумовлена завдяки ортогональності функцій, що дозволяє оцінити енергетичний спектр [11]. Особливу роль відіграє апіорна інформація, яка дозволяє уникати моделювання непотрібних сигналів, а також вибору оптимальної кількості функцій. Такий метод є дуже потужним інструментом для спектрального аналізу даних, отриманих з різних висотних рівнів [7].

Висновки. Глобальні методи моделювання безумовно відрізняються один від одного, але за достатньої кількості даних забезпечують аналогічний результат. Зрозуміло, що вони не еквівалентні з практичного погляду. Відмінності виникають унаслідок зовсім різних фундаментальних концепцій методів. Методи глобального моделювання погано підходять для використання на малих територіях, але краще дозволяють виконувати поділ на компоненти магнітного поля [1]. Водночас регіональні методи моделювання не можуть настільки добре виконати покомпонентний поділ поля. Грубо кажучи, при регіональному чи глобальному моделюванні необхідно мати сигнали з відповідними до області дослідження довжинами хвиль. Поліпшити результати, звісно, можна застосуванням апіорної інформації та регуляризації [4].

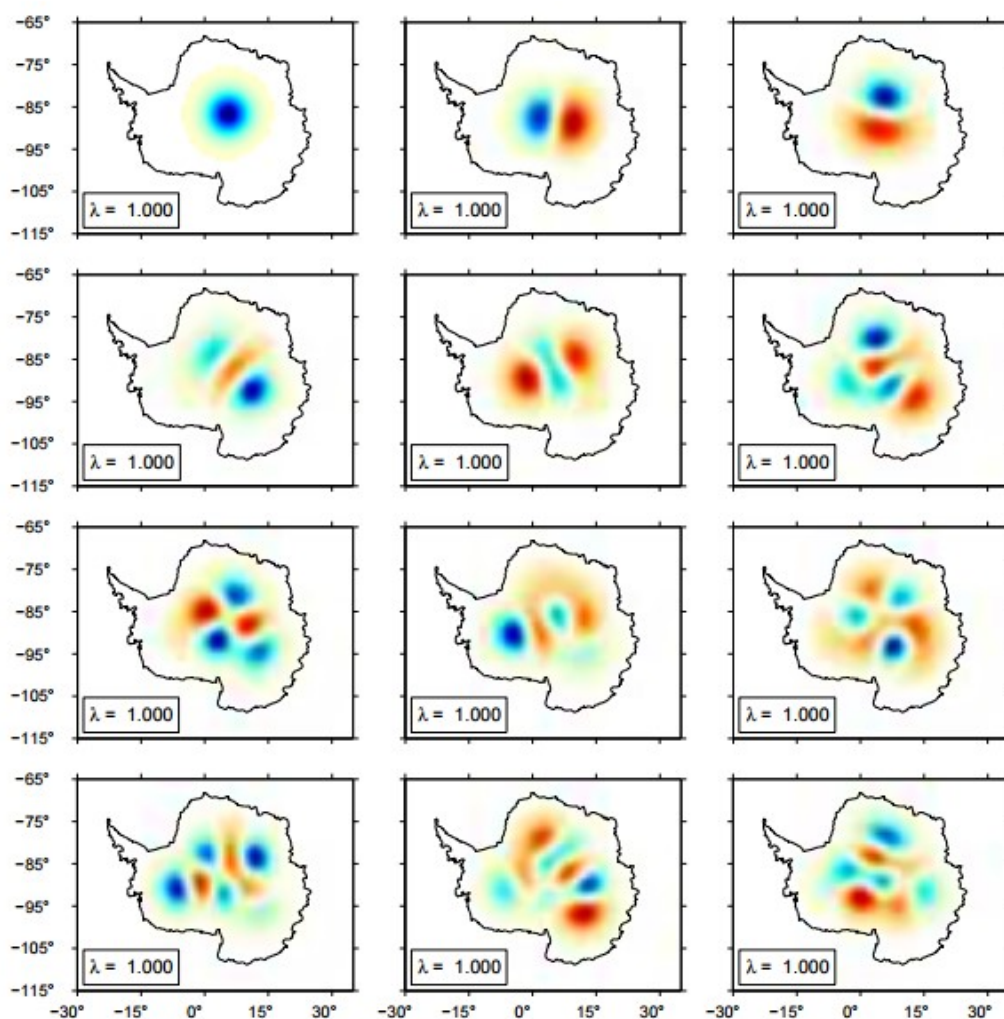


Рис. 8. Оптимально концентроване магнітне поле над Антарктидою зі ступенем до $L = 60$.

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{12}$ – коефіцієнти концентрації. Округлене число Шеннона становить $N3D = 102$.

Порядок зміни коефіцієнта концентрації – зліва направо, зверху донизу. Позитивні значення відображено синім кольором, а негативні – червоним; знак власної функції довільний. Ділянки, абсолютні значення на яких становлять менше однієї соті від максимального значення на сфері, відображаються білим [3]

Кожен з описаних методів достатньо важкий при реалізації й вимагає адаптації при застосуванні на новій ділянці. Розуміння кожного підходу дозволяє вибрати найкращий для визначеного набору даних. Методам характерні особливості, пов'язані з реальною точністю даних, розподілом шуму, артефактів або відхилень.

Розвиток методів моделювання для науки є дуже важливим, що особливо актуально в наш час з двох простих причин. Перша – практична, оскільки найближчими роками стане доступна велика кількість супутникових даних високої якості, яка доповнюватиме і до того значний набір як наземних, супутникових, так і аеромагнітних даних. Проте обсяг приповерхневих даних великими темпами рости не буде, що є критичним для геомагнетизму. Крім того, не слід забувати, що потенціальні поля, і магнітне в тому числі, дають доступ до характеристик об'єкта напрямку, не взаємодіючи з ним. Друга причина – це порівняння надійності регіональної моделі шляхом зіставлення її з моделлю, отриманою в результаті аналізу сферичних гармонік. Відмінності ж між моделями сферичних гармонік залежать більше від типу самого підходу, ніж від магнітного поля.

Розвиток регіонального моделювання перебуває в зародковому стані. Дотепер регіональні моделі, як правило, або не були представлені у вигляді прототипів, або ж будувались у національних масштабах. Деяка робота ведеться в напрямку порівняння регіональних і глобальних моделей, установлюються відмінності та відповідності. Отже, необхідність розробки єдиного методу побудови регіональних моделей магнітного поля є одним із пріоритетних напрямів сучасного геомагнетизму [2]. Одним із найактуальніших питань є можливість визначати геомагнітний спектр поля і відокремити джерела в регіональному масштабі, що в свою чергу відкриє нові шляхи для визначення джерел магнітного поля в корі.

Список використаних джерел

1. Коваленко-Завойський В. Н. Математичне забезпечення інтерпретації поля ΔB_a регіональних магнітних аномалій / В. Н. Коваленко-Завойський, І. Н. Івашченко // Геофиз. журн. – 2006. – Т. 28, № 5 – С. 18–30.
2. Орлюк М. И. Пространственные и пространственно-временные магнитные модели разноранговых структур литосферы континентального типа / М. И. Орлюк // Геофиз. журн. – 2000. – Т. 22, № 6 – С. 148–165.
3. Geese A. Earth's Magnetic Field: Observation and Modelling From Global to Regional Scales / A. Geese // Scientific Technical Report STR 11/03. – 2011. – P. 229–264.
4. Geomagnetic Observations and Models / Edited by M. Manda, M. Korte // Springer Science+Business Media B. V. – 2011. – № 5 – P. 344.
5. Landstreet J. Observing and modelling stellar magnetic fields: basic physics and simple models / J. Landstreet // Stellar Magnetism. – 2008. – № 4. – P. 1–20.

6. Manda M. Observing, modeling, and interpreting magnetic fields of the solid Earth / M. Manda, M. Purucker // Surveys in Geophysics. – 2005. – № 26 (4). – P. 415–459.
7. Manda M. Geomagnetic field evolution. Changes on the way? / M. Manda, V. Lesur // Russian Journal of Earth Sciences. – 2010. – № 11. – P. 1–8.
8. Spectral and spatial decomposition of lithospheric magnetic field models using spherical Slepian functions / B. Ciaran, J. Saarimaki, F. Simons, K. Whaler // Geophysical Journal International. – 2013. – Vol. 193 – P. 136–148.
9. Thébault E. Applied comparisons between SCHA and R-SCHA regional modeling techniques / E. Thébault, L. Gaya-Piqué // Geochem. Geophys. Geosyst. – 2008. – Vol. 9, Is. 7. – P. 25.
10. Thébault E. Modeling the lithospheric magnetic field over France by means of revised spherical cap harmonic analysis (R-SCHA) / E. Thébault, M. Manda, J. Schott // J. Geophys. Res. – 2006. – V. 111, Is. B5. – P. 13http://dx.doi.org/10.1029/2005JB004110.
11. The Magnetic Field of the Earth's Lithosphere / E. Thébault, M. Purucker, K. Whaler, B. Langlais, T. Sabaka // Springer Science+Business Media B. V. – 2010. – Vol. 155, Is. 1. – P. 95–127.

References

1. Kovalenko-Zavoisky, V. N., Ivashchenko, I. N. (2006). Matematychnе zabezpechennia interpretatsii polia ΔB_a rehionalnykh mahnitnykh anomalii. *Heofyzichesky zhurnal*, 28, 5, 18–30. [in Ukrainian].
2. Orliuk, M. (2000). Prostranstvennoye i prostranstvenno-vremennyye magnitnye modeli raznorangovykh struktur litosfery kontinentalnogo tipa. *Heofyzichesky zhurnal*, 22, 6, 148–165. [in Russian].
3. Geese, A. (2011). Earth's Magnetic Field: Observation and Modelling From Global to Regional Scales. *Scientific Technical Report STR 11/03*, 229–264. <https://doi.org/10.2312/GFZ.b103-11036>.
4. Manda, M., Korte, M. (2011). Geomagnetic Observations and Models. *Springer Science+Business Media B. V.*, 5, 344. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-9858-0>.
5. Landstreet, J. (2008). Observing and modelling stellar magnetic fields: basic physics and simple models. *Stellar Magnetism*, 4, 1–20. <https://doi.org/10.1051/eas/0939001>.
6. Manda, M., Purucker, M. (2005). Observing, modeling and interpreting magnetic fields of the solid Earth. *Surveys in Geophysics*, 26(4), 415–459. <https://doi.org/10.1007/s10712-005-3857-x>.
7. Manda, M., Lesur, V. (2010). Geomagnetic field evolution. Changes on the way? *Russian Journal of Earth Sciences*, 11, 1–8. <https://doi.org/10.2205/2009ES000333>.
8. Ciaran, B., Saarimaki, J., Simons, F., Whaler, K. (2013). Whaler and Frederik J. Simons. Spectral and spatial decomposition of lithospheric magnetic field models using spherical Slepian functions. *Geophysical Journal International*, 193, 136–148. <https://doi.org/10.1093/gji/ggs122>.
9. Thébault, E., Gaya-Piqué, L. (2008). Applied comparisons between SCHA and R-SCHA regional modeling techniques. *Geochem. Geophys. Geosyst.*, 9, 7, 25. <http://dx.doi.org/10.1029/2008GC001953>.
10. Thébault, E., Manda, M., Schott, J. (2006). Modeling the lithospheric magnetic field over France by means of revised spherical cap harmonic analysis (R-SCHA). *J. Geophys. Res.*, 111, B5, 13. <http://dx.doi.org/10.1029/2005JB004110>.
11. Thébault, E., Purucker, M., Whaler, K., Langlais, B., Sabaka, T. (2010). The Magnetic Field of the Earth's Lithosphere. *Springer Science+Business Media B. V.*, 155, 1, 95–127. <http://dx.doi.org/10.1007/s11214-010-9667-6>.

Надійшла до редколегії 14.06.17

K. Nikitchenko, Postgraduate student
Email: kostyanikitchenko@gmail.com
Taras Shevchenko National University of Kyiv
Institute of Geology, 90, Vasylykivska Str., Kiev, 03022, Ukraine

MODERN APPROACHES ALLOCATION AND THE LITHOSPHERE MAGNETIC FIELD MODELING

This article aims to review the available and effective methods of determining the lithosphere magnetic field, problems of its extraction and interpretation. These methods will be briefly analyzed. The paper emphasizes the features of each technique, the scope of application and prospects of further development. In the recent years, a large amount of magnetic vector and scalar data have been measured or made available to scientists. They cover different ranges of altitudes from ground to satellite levels and have high horizontal densities over some geographical areas. Processing these potential field data may require alternatives to the widely used Spherical Harmonics. During the past decades, new techniques have been proposed to model regionally the magnetic measurements. They complement the set of older approaches that were revived and sometimes revised in the meantime. The amount of available techniques is intimidating and one often wonders which method is the most appropriate for what purpose. Regional modeling techniques can be divided into two groups. The first method is based on spherical splines, wavelets or other localized spherical functions. The second one includes methods based on a level approximation, such as rectangular and cylindrical harmonic analysis; methods that take into account the spherical shape of the Earth (SCHA, Revised-SCHA). Characteristics of each method and limits of their use were determined. Choice of optimal methods is based on existing data and prospects for further development of regional magnetic modeling. The problem of the separation of fields is solved at the entire stage of the development of geomagnetism, but has no unambiguous solution in connection with the ambiguity of the inverse problem of magneto-prospecting. In order to represent and further analyze the field (as a rule, its anomalous component associated with the lithosphere), the medium is approximated by a number of cells with positive or negative magnetization, the effect of which can be chosen from any type of magnetic anomaly. In spite of the fact that such an environment model is not geologic, it allows further transformation with the field (recalculations, averaging, etc.).

Keywords: regional modeling, spherical harmonics, spherical harmonic analysis, regional modeling of magnetic bodies.

К. Никитченко, асп.
Email: kostyanikitchenko@gmail.com
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
УНИ "Институт геологии", ул. Васильковская, 90, г. Киев, 03022, Украина

СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К ВЫДЕЛЕНИЮ И МОДЕЛИРОВАНИЮ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЛИТОСФЕРЫ

Рассмотрены методики определения магнитного поля литосферы, проблемы его выделения и интерпретации. Кратко проанализированы методы моделирования региональных магнитных тел. За последние годы накопился большой объем векторных и скалярных магнитных данных, которые стали доступными для ученых всего мира. Они охватывают различные уровни от поверхности Земли до спутниковых высот и характеризуются значительной горизонтальной плотностью. Обработка таких данных требует альтернатив широко используемого метода сферических гармоник. Количество доступных методов значительно, поэтому часто трудно выбрать один наиболее подходящий. Региональные методы моделирования можно разделить на две группы. В первую входят методы, основанные на сферических сплайнах, вейвлет или других локализованных сферических функциях. Ко второй относятся методы, в основе которых лежит плоская аппроксимация, например прямоугольный гармонический анализ и цилиндрический гармонический анализ; методы, которые учитывают сферичность Земли (SCHA, Revised-SCHA). В статье выделены особенности каждой методики и границы ее применения. Описаны критерии определения оптимальной методики на основе существующих данных и перспективы дальнейшего развития регионального магнитного моделирования. Проблема разделения полей решается на всех этапах развития геомагнетизма, но однозначного решения не имеет в связи с неоднозначностью обратной задачи магниторазведки. С целью представления и дальнейшего анализа поля (как правило, его аномальной компоненты, связанной с литосферой) среда аппроксимируется множеством ячеек с положительной или отрицательной намагниченностью, что позволяет подобрать магнитные аномалии любого типа. Несмотря на то, что такая модель среды не является геологической, она позволяет в дальнейшем делать с полем любые преобразования (пересчеты, осреднения и т.д.).

Ключевые слова: региональное моделирование, сферические гармоники, сферический гармонический анализ, региональные методы моделирования магнитных тел.